研究集会

数学と現象：*Mathematics and Phenomena in Miyazaki 2015*

日時　平成27年11月13日（金）～11月14日（土）
会場　宮崎大学工学部 B棟2階 B210教室

講演
アブストラクト

世話人：辻川亨，飯田雅人，今隆助，
梅原守道，出原浩史（宮崎大学）
URL: http://www.cc.miyazaki-u.ac.jp/math/mpm/mpm2015

研究集会 「数学と現象： Mathematics and Phenomena in Miyazaki 2015（略称：MPM2015）」

日時： 2015 年 11 月 13 日（金）〜 11 月 14 日（土）

会場： 宮崎大学工学部 B 棟 2 階 B210 教室

案内： `http://www.cc.miyazaki-u.ac.jp/math/mpm/mpm2015/`

プログラム

11 月 13 日（金）

午後の部

14:00-14:55 **宮路 智行**（明治大学）

「長方形領域における樟脳円板の運動に対する分岐解析」

15:15-16:10 **佐藤 一憲**（静岡大学）

「口蹄疫の格子モデル（レビュー）」

16:30-17:25 **高坂 良史**（神戸大学）

「体積保存性をもつ曲面の発展方程式の定常曲面の安定性について」

11 月 14 日（土）

午前の部 ≪ **MPM2015 特別実験講座** ≫

10:15-12:15 **鈴木 祥広**（宮崎大学）

「気泡を利用した水質浄化法」

注 宮交バス「橘通り 3 丁目→宮崎大学（木花キャンパス）」の土曜日の朝の時刻表：

8:21 → 8:54，8:41 → 9:18，9:11 → 9:52，9:21 → 9:54，9:41 → 10:18（遅刻！）

午後の部

14:00-14:55　**隠居 良行**（九州大学）

「Wave trains bifurcating from Poiseuille flow in viscous compressible fluid」

15:15-16:10　**谷 温之**（慶應義塾大学名誉教授）

「Tissue Interaction Model for Skin Pattern Formation」

16:30-17:25　**竹内 康博**（青山学院大学）

「Stability Analysis of Viral Dynamics Model with Intracellular Delay and Immune Activation Delay」

本研究集会は，科学研究費補助金

課題番号	種目	代表者	課題名
26400173	基盤 (C)	辻川亨	縮約系を応用した高次元空間にみられる現象の解明と解析的手法の構築
25400390	基盤 (C)	辻川亨 (分担)	生物を模倣した時空間秩序変数を持つネットワーク構造の理解と応用
15K04963	基盤 (C)	飯田雅人	漸近解構築に基づく反応拡散系の解の形と動きの解明
25800095	若手 (B)	今隆助	数理生物学に現れる差分方程式の Lotka-Volterra 方程式を用いた研究
26800071	若手 (B)	梅原守道	天文現象における自己重力流体の運動の数学解析
26800084	若手 (B)	出原浩史	生物の集合形成メカニズムに対する数理モデルからの探求

の援助を受けています.

世話人：　辻川 亨，飯田 雅人，今 隆助，梅原 守道，出原 浩史（宮崎大学）

連絡先：　梅原 守道 (Morimichi Umehara)
〒 889-2192 宮崎市学園木花台西 1-1　宮崎大学工学部工学基礎教育センター
E-mail：umehara@cc.miyazaki-u.ac.jp
TEL：0985-58-7378（直通）／ 0985-58-7288（事務室）FAX：0985-58-7289

長方形領域における樟脳円板の運動に対する分岐解析

宮路智行（明治大学先端数理科学インスティテュート）

円板状に固めた樟脳を水面に浮かべると，自発的な運動が生じる．樟脳円板はまるでビリヤード球のように直進と反射を繰り返す．領域内部ではほぼ等速直線運動するが，壁に近づくと壁に衝突せずに跳ね返って進行方向を変え，入射角より反射角の方が小さくなるという点がいわゆるビリヤード問題と異なる．

我々は長方形領域における樟脳円板の運動を記述する 4 次元常微分方程式系を考える．これは Ei et al. によって反応拡散方程式系の定常スポット解が不安定化する分岐点における中心多様体縮約から導かれた [1]．数値計算によれば，領域が正方形のときは，通常のビリヤード問題と異なり，各辺を順に巡るリミットサイクルが現れる．領域のアスペクト比が少し変わると，アトラクタはそれに応じて連続的に変形するが，アスペクト比が大きく変わると，異なるタイプの周期軌道や準周期的軌道やカオス的軌道がアトラクタとして観察される（[2] およびその中の引用文献を参照）．本講演では，このようなアトラクタの変化が生じる理由を数値計算と力学系の分岐理論によって説明する．

参考文献

[1] S.-I. Ei, M. Mimura, and M. Nagayama. Interacting spots in reaction diffusion systems. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 14(1):31–62, 2006.

[2] M. Mimura, T. Miyaji, and I. Ohnishi. A billiard problem in nonlinear and nonequilibrium systems. *Hiroshima Math. J.*, 37(3):343–384, 2007.

口蹄疫の格子モデル（レビュー）

佐藤一憲（静岡大学工学部）

口蹄疫は世界中で恐れられている家畜の感染症である．イギリスでは，2001 年のアウトブレイクを最後に口蹄疫の被害は出ていないが，ボツワナのように最近でも頻繁にアウトブレイクが起こっている国もある．

これまでにも，口蹄疫の数理モデルが調べられてきたが，病気が空間上を徐々に広がっていく効果を調べたものはあまり多くない．ここで紹介する Ringa & Bauch (2014) は格子空間上で次のようなモデルを考えた：

$$
\begin{aligned}
\frac{d\rho_S}{dt} &= -\tau\rho_{SI} - \psi_r\rho_{SI} - \psi_p\rho_S + \omega\rho_R + \theta\rho_V \\
\frac{d\rho_E}{dt} &= \tau\rho_{SI} - \nu\rho_E - \psi_r\rho_{EI} \\
\frac{d\rho_I}{dt} &= \nu\rho_E - \sigma\rho_I \\
\frac{d\rho_R}{dt} &= \sigma\rho_I - \omega\rho_R \\
\frac{d\rho_V}{dt} &= \psi_r(\rho_{SI} + \rho_{EI}) + \psi_p\rho_S - \theta\rho_V
\end{aligned}
$$

ただし，S, E, I, R, V は，牛を飼っている農場の状態が，それぞれ，未感染，潜伏期，感染，免疫，ワクチン接種済みであることを表していて，ρ_α $(\alpha \in \{S, E, I, R, V\})$ は，α という状態にある農場の割合を表す（したがって，$\rho_S+\rho_E+\rho_I+\rho_R+\rho_V = 1$）．また，$\rho_{\alpha\beta}$ $(\alpha, \beta \in \{S, E, I, R, V\})$ は，空間的に隣り合った農場のペアが，α と β である割合を表す（$\sum_{\alpha,\beta\in\{S,E,I,R,V\}} \rho_{\alpha\beta} = 1$）．$\tau$ は未感染が感染して潜伏期に入る率，ν は潜伏期から感染状態への推移率，σ は感染から回復して免疫を獲得する率，ω は免疫がなくなって未感染に戻る率，ψ_r は包囲ワクチン接種率，ψ_p は予防ワクチン接種率，θ はワクチン効果の消失率を表す．

このモデルを用いて，病気の再導入や自然免疫および 2 種類のワクチン免疫の消失が，繰り返し生じる口蹄疫のアウトブレイクに対して，どの程度の影響を与えているのかが調べられている．

【参考文献】

Ringa N, Bauch CT (2014) Dynamics and control of foot-and-mouth disease in endemic countries: A pair approximation model. J thoer Biol 357: 150-159

体積保存性をもつ曲面の発展方程式の定常曲面の安定性について

高坂良史 *
神戸大学大学院海事科学研究科

以下の曲面の発展方程式による曲面の時間発展について考える:

$$V = -\Delta_{\Gamma(t)} H. \tag{1}$$

ここで，V は時間発展する曲面 $\Gamma(t)$ の法速度，H は $\Gamma(t)$ の平均曲率，$\Delta_{\Gamma(t)}$ は $\Gamma(t)$ 上の Laplace-Beltrami 作用素である．(1) は表面拡散方程式と呼ばれ，1957 年に W. W. Mullins により，粒界溝の発展プロセスが表面拡散のみによる場合に，その発展プロセスを記述する方程式として提唱された ([2] 参照)．近年では，高温水素アニールによるシリコン微細構造の形態変化の解析に表面拡散方程式 (1) が利用されている．

$\mathcal{A}(\Gamma(t))$ を曲面 $\Gamma(t)$ の表面積とするとき，表面拡散方程式 (1) は $\mathcal{A}(\Gamma(t))$ の H^{-1}-勾配流として導出される．つまり，表面拡散方程式 (1) は $\Gamma(t)$ によって囲まれた部分の体積を一定に保ちながら $\Gamma(t)$ の表面積を最小化するという変分構造をもつ．また，(1) は曲面を何らかの関数で表した場合，その関数を未知関数とする非線形 4 階放物型偏微分方程式として表記される．

本講演では 2 つの軸対象な曲面 $\Pi_i\ (\subset \mathbb{R}^3,\ i = 1, 2)$ をとり，Π_1, Π_2 にはさまれた回転面 $\{\Gamma(t)\}_{t\geq 0} \subset \mathbb{R}^3$ の以下の初期値・境界値問題による時間発展を考え，対応する定常曲面の安定性について考える．

$$\begin{cases} V = -\Delta_{\Gamma(t)} H \quad \text{on } \Gamma(t), \\ \angle(\Gamma(t), \Pi_i) = \theta_i \quad \text{on } \Gamma(t) \cap \Pi_i, \\ (\nabla_{\Gamma(t)} H, \nu_i)_{\mathbb{R}^3} = 0 \quad \text{on } \Gamma(t) \cap \Pi_i, \\ \Gamma(0) = \Gamma_0. \end{cases} \tag{2}$$

ただし，$\nabla_{\Gamma(t)}$ は $\Gamma(t)$ 上の勾配ベクトル場，ν_i は $\Gamma(t) \cap \Pi_i$ での $\Gamma(t)$ の単位余法線ベクトルである．(2) における境界条件は，エネルギー汎関数

$$\mathcal{A}(\Gamma(t)) - \gamma_1 \mathcal{A}(\Sigma_1(t)) - \gamma_2 \mathcal{A}(\Sigma_2(t))$$

に対する H^{-1}-勾配流を考えたときに自然に得られる境界条件である．ここで，$\Sigma_i(t)$ は Π_i 上で $\partial\Gamma(t)$ を境界にもつ曲面を表し，$\mathcal{A}(\Sigma_i(t))$ はその面積を表す ($\mathcal{A}(\Sigma_i(t))$ は濡れエネルギーと呼ばれる)．$\theta_i = \arccos(\gamma_i)$ である．

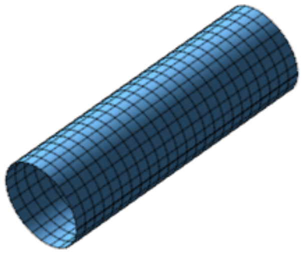
(2) の定常曲面 Γ_* の平均曲率 H_* は

$$\begin{cases} \Delta_{\Gamma_*} H_* = 0 \quad \text{on } \Gamma_*, \\ (\nabla_{\Gamma_*} H_*, \nu_i)_{\mathbb{R}^3} = 0 \quad \text{on } \Gamma_* \cap \Pi_i \end{cases}$$

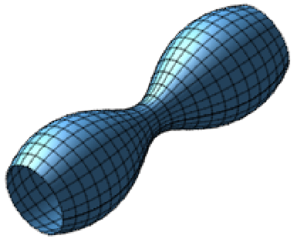
を満たすので，$H_* =$ (定数) となる．つまり，(2) の定常曲面は平均曲率一定回転面となる．平均曲率一定回転面は Delaunay 曲面と呼ばれ，Delaunay 曲面は円柱，アンデュロイド，球面，ノドイド，カテノイド (この場合は平均曲率 0) となる．

---

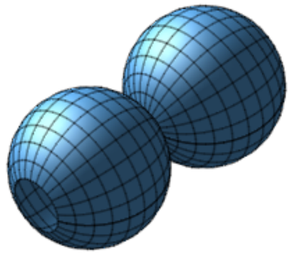
*e-mail: kohsaka@maritime.kobe-u.ac.jp



円柱



アンデュロイド



球面

本講演では，円柱，アンデュロイド，球面の安定性について考え，各平均曲率一定曲面の安定性の判定基準について得た結果を紹介する．時間があれば，体積保存型平均曲率流

$$V = H - H_{av}, \quad H_{av} = \frac{1}{\mathrm{Area}[\Gamma(t)]} \int_{\Gamma(t)} H \, dS$$

との関連についても紹介する．

References

[1] M. Athanassenas, *A variational problem for constant mean curvature surfaces with free boundary*, J. Reine Angew. Math., 377(1987), 97–107.

[2] W. W. Mullins, *Theory of thermal grooving*, J. Appl. Phys., 28(1957), 333–339.

[3] L. G. Fel and B. Y. Rubinstein, *Stability of axisymmetric liquid bridges*, Z. Angew. Math. Phys., DOI 10.1007/s00033-015-0555-5(2015), 1–25.

[4] B. Y. Rubinstein and L. G. Fel, *Theory of axisymmetric pendular rings*, J. Colloid Interface Sci., 417(2014), 37–50.

[5] T. I. Vogel, *Stability of a liquid drop trapped between two parallel planes*, SIAM J. Appl. Math., 47(1987), no. 3, 516–525.

[6] T. I. Vogel, *Stability of a liquid drop trapped between two parallel planes. II. General contact angles*, SIAM J. Appl. Math., 49(1989), no. 4, 1009–1028.

[7] T. I. Vogel, *Convex, rotationally symmetric liquid bridges between spheres*, Pacific J. Math., 224(2006), no. 2, 367–377.

[8] T. I. Vogel, *Liquid bridges between balls: the small volume instability*, J. Math. Fluid Mech., 15(2013), no. 2, 397–413.

[9] T. I. Vogel, *Liquid bridges between contacting balls*, J. Math. Fluid Mech., 16(2014), no. 4, 737–744.

気泡を利用した水質浄化法

“汚れた安定泡沫”の工学的利用

宮崎大学工学部　鈴木祥広

界面活性物質を含む液体に気泡を送気・分散すると，水面上に泡沫を生し，その泡沫に界面活性物質が濃縮される。界面活性物質とは，疎水性基と親水性基という相反した性質の部分をその分子内にもった物質であり，液中の気泡界面に疎水性基が吸着し，水面上では泡膜（極薄い水の膜）の両面の空気側には疎水性基，水側に親水性基が配置することによって泡膜が安定に保持され，界面活性物質の吸着した泡沫が形成される。この現象は古くから知られ，気泡界面を利用して目的とする物質を泡沫に濃縮して分離する方法すなわち“泡沫分離法（foam separation）”は，洗剤やタンパク質などの回収法あるいは精製法として，今日も様々の分野で利用されている。また，鉱物工学の分野においては，気泡と界面活性剤を利用して有用な鉱物粒子を選択的に精製・分離する浮遊選鉱法が開発され，工業技術として確立されている。浮遊選鉱法の原理は，界面活性剤などの有機試薬を用いて，特定の鉱物粒子界面を疎水化させて気泡に吸着・浮上させて水面に集積させ，さらに界面活性剤で水面上に泡沫を生成させて，泡沫とともに鉱物粒子と界面活性物剤を同時に回収するのである。一方，水処理工学の分野において最も基本的かつ重要なプロセスは，固液分離すなわち懸濁物の除去であり，過去において，浮遊選鉱法に利用する界面活性剤等を利用して水処理技術に適用しようとする様々の検討がなされた。しかしながら，不特定の多様な無機イオンや溶解性物質を含む下水や廃水，あるいは環境水からの懸濁物除去を目的とした場合には処理性が低く，今日まで，泡沫分離法の水処理技術への適用は困難であると認識されてきた。実際に，下水に気泡をいくら送気しても，洗剤による半透明のきれいな泡沫は多量に生成されるが，泡沫には懸濁物がほとんど吸着していない。

ところが自然界に目を向けてみると， いろいろな場所で“汚れた安定泡沫”すなわち懸濁物を濃縮した泡沫を目にすることがある。海洋においては，潮目と呼ばれる潮流と潮流の境目に沿って，黄色褐色の泡沫が浮遊物として集積している現象を目にすることがある。荒天時の磯場では黄色褐色の泡沫が打ち上げられたり，よどみの水面を漂っている現象もよく見かける。この消泡し難い安定した泡沫（安定泡沫）は海水泡沫（Seam foam）あるいは海水安定泡沫と称され，泡沫には有機懸濁物，植物プランクトン，微細な粘土粒子などの様々の懸濁物が濃縮されている。また，曝気している養殖池や活魚料理店等の飼育水槽の内壁水面にも懸濁物を吸着した魚臭の強い安定泡沫が形成されている。これらの泡沫は，どのようにして形成されるのであろうか。藻類やバクテリアの代謝する溶解性有機物質を含む海水を曝気すると，懸濁性有機物が水面上に集積することが実験的に確認され，藻類の代謝物の中には，高い界面活性を有する多糖類が含まれ，気泡を供給すると，泡沫として回収されることが明らかにされている。魚類は，魚体の組織を物理的，化学的，および生物学的に防御するために，常に体表面粘質物（mucus）を分泌・代謝しており，魚類飼育水で発生した泡沫から体表面粘質物が検

出されている。この粘質物は粘性が高く，魚臭を示し，難溶性で複雑な巨大分子の界面活性を有する糖タンパク質である。

潮目や磯場にみられる泡沫状の浮遊懸濁物と，飼育水で形成される安定泡沫のいずれの形成過程においても，共通して，生物起源の界面活性物質が気泡による懸濁物の浮上および泡沫生成に効果的に作用している。なぜ，生物起源の界面活性物質は，海洋表層や飼育水中の種類や粒径の異なる多様な懸濁物を泡沫分離できるのであろうか。従来の浮遊選鉱法で用いられる合成界面活性剤は，直鎖あるいは枝鎖からなる疎水性基と親水性基が明確に分かれて配置する構造（マッチ棒構造）になっており，界面化学的性質は単純なものが多い。一方，藻類起源の多糖類界面活性物質や魚類体表面粘質物である糖タンパク質は，極めて複雑な構造であり，親水性基および疎水性基の種類の異なる部位が多数存在し，化学的性質は多様性・複雑性に富む。この多様性・複雑性が懸濁物を泡沫として分離できる要因ではないかと考えられた。生物起源の界面活性物質による“汚れた安定泡沫”の形成メカニズムが解明できれば，泡沫分離法は，汚濁水の水質浄化技術を飛躍的に向上させる可能性を秘めている。

著者らは，魚類飼育水を激しく曝気することによって“汚れた安定泡沫”が形成され，水質が浄化される現象に着目して，タンパク質用いた泡沫分離法の研究に着手し，短時間に極めて効率的に懸濁物を分離・除去する技術を開発した。現在，魚類飼育水をはじめ，赤潮海水，アオコ懸濁水，下水等の各種の汚濁排水への適用性を実証し，泡沫分離における懸濁物除去のメカニズムについてもいくつかの重要な知見が得られてきている。そこで，本研修会 MPM2015 では，泡沫分離プロセスに係るタンパク質の界面化学的性質からその優れた機能と，本泡沫分離法の水質浄化技術への利用について紹介する。

Wave trains bifurcating from Poiseuille flow in viscous compressible fluid

Yoshiyuki Kagei

Kyushu University

Abstract

Plane Poiseuille flow in viscous compressible fluid is known to be asymptotically stable if Reynolds number and Mach number are sufficiently small. On the other hand, for Reynolds and Mach numbers being not necessarily small, an instability criterion for plane Poiseuille flow is known; and the criterion says that, when Reynolds number increases, a pair of complex conjugate eigenvalues of the linearized operator cross the imaginary axis. We will show that a spatially periodic traveling wave bifurcates from plane Poiseuille flow when the critical eigenvalues cross the imaginary axis. This talk is based on a joint work with Professor Takaaki Nishida (Kyoto University).

Mathematical analysis of 1D tissue interaction model system for biological pattern formation

by

Atusi TANI

Department of Mathematics, Keio University

Japan

Abstract

Experimental evidence indicates that tissue interaction plays an essential role during skin pattern formation. Here we focus on the mathematical aspects of specific tissue interaction models, *i.e.*, mechanochemical models. Mechanochemical models for biological pattern formation have been applied to the development of a variety of patterning problems, such as feather germ primordia and cartilage formation in the vertebrate limb. They consist of a reaction-diffusion model for the epiderms and a mechanochemical model for dermmis via certain interaction terms. We have a few results on them through linear analysis and numerical simulations, but no result from the exact mathematical analysis.

In this communication, we introduce typical models for them, and discuss the unique solvability of a generic model system proposed by Shaw and Murray (1990) in Sobolev–Slobodetskiĭ spaces in one spatial dimension, for simplicity.

Stability Analysis of Viral Dynamics Model with Intracellular Delay and Immune Activation Delay

Yasuhiro Takeuchi

Aoyama Gakuin University
College of Science and Engineering
Fuchinobe, ChuoKu, Sagamihara-shi, Kanagawa
252-5258
takeuchi@gem.aoyama.ac.jp

In this talk, we investigate a class of viral infection models with a nonlinear infection rate and two discrete delays, one of which represents an intracellular latent period for the contacted target cell with virus to begin producing virions, the other of which represents the time needed in cytotoxic T cells (CTLs) response before immune becomes effective after a novel pathogen invades. Since immune system is a complex network of cells and signals that have evolved to respond to the presence of pathogens, we further assume two situations for immune activation delay. When both delays are ignored, the global stability for the ordinary differential equations model are established. While both delays are included, the positivity and boundedness of all solutions of the delay differential equations model are proved. Utilizing Lyapunov functionals and LaSalle invariance principle, the global dynamical properties are also studied. In particular, stability switch is shown to occur as immune delay increasing by bifurcation theory. Our results exhibit that the intracellular delay does not affect the stability of equilibria. However, the immune activation delay is able to destabilize the interior equilibrium and brings periodic solutions. Numerical simulations are performed to verify the theoretical results and display the different impacts of two type delays in two cases. Those analysis give us some useful suggestions on new drugs to fight against viral infection such that it is effective for the drugs to prolong the latent period, and/or to reduce the activation delay of CTLs immune response and/or to inhibit infection.