



# 折紙の数理と構造設計

石田 祥子  
明治大学 理工学部機械工学科 専任講師

2016年11月19日(土)  
数学と現象 in Miyazaki @ 宮崎大学

資料 1

## Outlines

①折紙はハイテク!?

- ✓ 伝統的な折紙 + 数学 → ハイテク技術になる
- ✓ 生活の中にある折りたたみ製品

②折紙の数理

- ✓ 折りたたむための条件式—数学的視点から—
- ✓ 様々な形状を折りたたむ (円筒, トーラス, 曲面, etc.)

折紙実習

③数理折紙の工学応用

- ✓ 折りたためる構造の利点
- ✓ 折りたためない構造との組み合わせ

Page : 2

資料 2

## ①折紙はハイテク!?

### 折紙とは?

折紙とは、紙を折って動植物や生活道具などの形を作る日本伝統の遊び。また、折り上げられた作品そのもの。

The goal is to transform a flat sheet square of paper into a finished sculpture through folding and sculpting techniques. (from Wikipedia)

- 伝統的な折紙・芸術的な折紙の例



鶴



セミ



卵



くすだまと箱 @ 布施和子  
<http://senkei.at.webry.info/theme/e18632bf2b.html>



川崎ローズのアセンブリ @ 川崎敏和  
<http://fold.at.webry.info/theme/e8a26400bf.html>

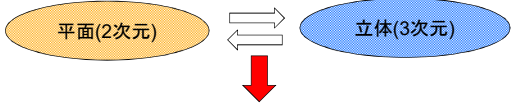


悪魔 @ 前川淳  
<http://www.org-chem.org/origami/origami.html>

資料 3

## ①折紙はハイテク!?

### 折紙とは?



「折る」ことで大きく形状を変化させる。  
構造設計のアイデアが生まれている。

伝統的な折紙 + 数学 → ハイテク技術!

**折紙工学**  
(Origami Engineering)  
Otherwise, Origami-inspired Engineering, Origami-based Engineering.

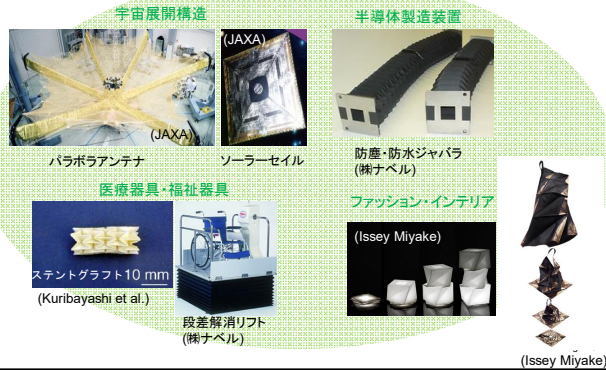
Page : 4

## ①折紙はハイテク!?

資料 4

### 生活の中の折り技術・折り製品

収納性、展開性、携帯性



## ②折紙の数理

資料 5

折りたたむための条件とは？



References:  
<http://youtu.be/x2yPeqAjahg>  
<http://youtu.be/66JhJkRCYBs>

Page : 6

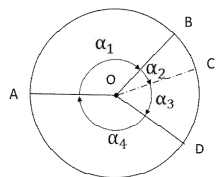
## ②折紙の数理

資料 6

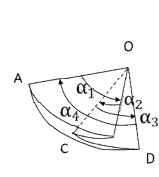
折りたたむための条件とは？

4本の折線の場合

折る前



折った後



$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 2\pi$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4 = 0$$

$$\text{折りたたみの条件 (川崎の定理)} \quad \alpha_1 + \alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_4 = \pi$$

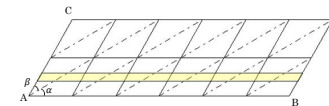
向かい合う角度の和が $\pi$

Page : 7

## ②折紙の数理

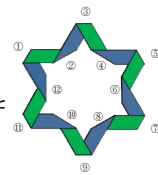
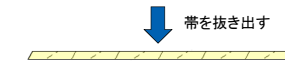
資料 7

筒を閉じるための条件とは？



全ての節点において、折りたたみの条件を満たしている。

要素数:  $N = 6$



$$\text{山折による回転角: } 2(\alpha + \beta)$$

$$\text{谷折による回転角: } -2\alpha$$

$$\text{総回転角: } N\{2(\alpha + \beta) - 2\alpha\} = 2N\beta$$

円筒が閉じるためには、

$$2N\beta = 2\pi \quad \text{円筒の閉じる条件式(本パターンの場合)}$$

Reference: 野島, 平板と円筒の折りたたみ法の折り紙によるモデル化, 日本機械学会論文集C編, Vol. 66, No.643 (2000), pp.1050-1056.

②折紙の数理 資料 8

円筒・円錐の折りたたみ

立体 平坦

立体 平坦

References: [Cylinders] Guest & Pellegrino(1994), Nojima(2001), Kresling(2008), Ishida et al. (2012)  
[Cones] Nojima(2001), Ishida et al. (2012)  
Page : 9

②折紙の数理 資料 9

S字状の筒の折りたたみ

Deployed Folded

Reference: 石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 等角写像を利用した折り畳み可能な湾曲した筒型構造物設計法, 日本応用数理学会論文誌, Vol. 24, No. 1 (2014), pp.43-58.

②折紙の数理 資料 10

円盤の巻き取り

螺旋の数 = 多角形の辺の数

螺旋の数 = 多角形の辺の数

正三角形 (D=3)

正方形 (D=4)

不等辺六角形 (D=6)

正16角形 (D=16)

ひし形 (D=4)

Page : 11

References: Nojima(2001), Ishida et al. (2013, 2015)

—: 山折, - -: 谷折

②折紙の数理: 等角写像による手法 資料 11

流体力学に見る等角写像変換

速度ポテンシャル  $\Phi$   
流れ関数  $\Psi$

数学的変換

$z = x + iy$

$\zeta = \Phi + i\Psi$

1湧き出し流  $\zeta = k \log z$

渦系流  $\zeta = ik \log z$

一樣流  $\zeta = -k/z$

くさび流  $\zeta = kz^2$

②折紙の数理:等角写像による手法 資料 12

折りたたみ設計とのアナロジー  
**変換によって展開図を得る.**

数学的変換

図解: 左側は「円筒」の展開図（正方形格子）と「円錐・円形膜」の展開図（扇形格子）を示す。右側は「1湧き出し流」（トラス、湾曲した筒）と「渦系流」（円錐・円形膜）の展開図を示す。中央には「2湧き出し」と「くさび流」の展開図がある。矢印は「数学的変換」を示している。

②折紙の数理:等角写像による手法 資料 13

**角度の補正**

- 直線の折線は曲線に変換される。  
 → 平坦に折り畳むためには折線は直線である必要がある。
- 節点の座標値を変換し、変換後の節点を折線で結ぶ  
 → 折線の成す角度は厳密には保存されない。

図解: (a) Fold lines (直線の折線) と (b) New fold lines (曲線に変換された折線) の変換を示す。The transformation of the original fold lines とある。

Page : 14

②折紙の数理:等角写像による手法 資料 14

図解: 様々な折り紙の応用事例を示す。左側には折り紙の過程や完成品（花、筒、容器）があり、右側には紫色のリング状の折り紙構造が複数枚並べられている。

③数理折紙の工学応用 資料 15

✓ 折りたためる構造の利点

**収納性, 展開性, 携帯性**

宇宙展開構造 (JAXA)      半導体製造装置

折りたためる構造の利点は **収納性, 展開性, 携帯性** だけ?

医療器具・福祉器具 (Kuribayashi et al.)      段階解消リフト (関ナベル)

ファッション・インテリア (Issey Miyake)

(Issey Miyake)

③数理折紙の工学応用 資料 16

✓折りたためる構造の利点

構造の硬さ(剛性)を変えることができる。

Q. 同じ材質(紙)で作った筒. どちらが硬い?

Page : 17

③数理折紙の工学応用 資料 17

✓折りたためる構造の利点

構造の硬さ(剛性)を変えることができる。

Q. 同じ材質(紙)で作った筒. どちらが硬い?

同じ材質でも, 柔らかい構造を作りたいときは折りたためるように作る.  
硬い構造を作りたいときは折りたためないように作る.

Page : 18

③数理折紙の工学応用: 衝撃吸収 資料 18

**乗客保護のための自動車設計**

✓衝突の際に, エネルギーをたくさん吸収し, 衝突の衝撃を緩和して, 乗客を守る構造.

柔らかい構造  
エネルギーはあまり吸収しないが,  
衝突の衝撃は小さい。

硬い構造  
エネルギーはたくさん吸収するが,  
衝突の衝撃が大きい。

↓

相反する要望を満たす, “ちょうど良い”形状を見つける。  
→ 形状の最適化

Page : 19

③数理折紙の工学応用: 衝撃吸収 資料 19

**最適解**

時速64 kmで衝突したときの衝撃力の変化

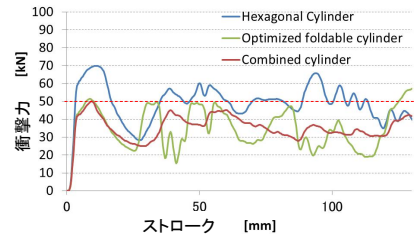
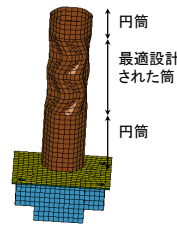
設計変数	値	衝突速度	吸収エネルギー量	衝撃荷重
板厚 t	1.8 mm	64 km/h	4.2 kJ	50 kN
層数 N	8	56 km/h	4.2 kJ	50 kN
一辺の長さ L	23 mm	15 km/h	1.56 kJ	38 kN
回転角 θ	23°			

Page : 20

### ③数理折紙の工学応用: 衝撃吸収

資料 20

#### 結合モデル



時速64 kmで衝突したときの衝撃力の変化

設計変数	値
板厚 $t$	1.8 mm
層数 $N$	8
一辺の長さ $L$	23 mm
回転角 $\theta$	23°

衝突速度	吸収エネルギー量	衝撃荷重
64 km/h	4.5 kJ	50 kN
56 km/h	4.6 kJ	50 kN
15 km/h	1.9 kJ	42 kN

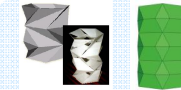
Page : 21

### ③数理折紙の工学応用

資料 21

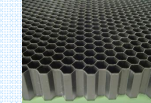
#### 剛性制御(硬さを変えられる)

##### 衝撃吸収部材



(Hagiwara et al.) (Ma & You)

##### サンドイッチパネル

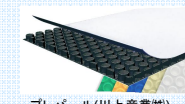


ハニカムコアパネル

##### 飲料缶



(キリンビバレッジ(株))



プレパネル(川上産業㈱)

Page : 22

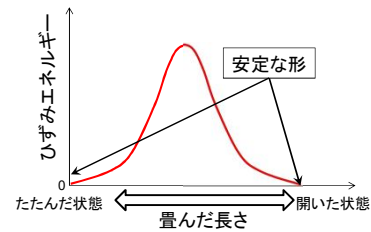
### ③数理折紙の工学応用

資料 22

✓折りたための構造の利点

**弾性変形を有効に利用できる。**

Q. どの形が安定する?



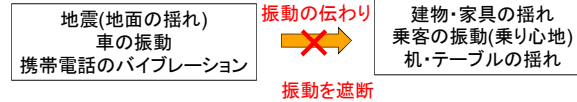
Page : 23

### ③数理折紙の工学応用: 防振機構

資料 23

✓形の安定性を用いて防振する。

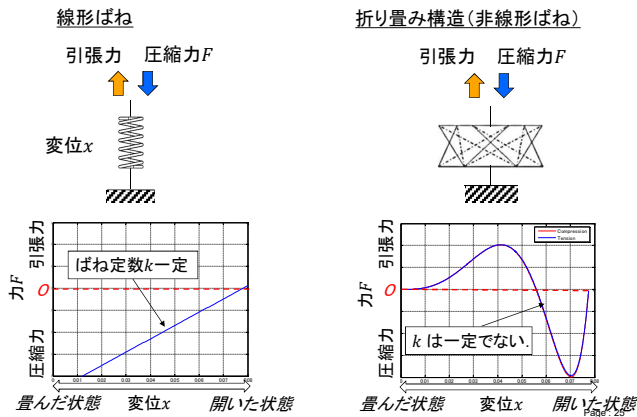
防振とは?  
振動を遮断すること



Page : 24

### ③数理折紙の工学応用: 防振機構

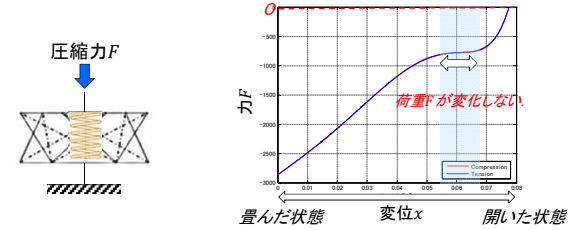
資料 24



### ③数理折紙の工学応用: 防振機構

資料 25

#### ばね付き折りたたみ構造



力 F と変位 x の関係(フックの法則)  $F = kx$

ばね定数が 0 の領域では、力を伝達しないので防振できる。

石田祥子, 内田博志, 萩原一郎, 折り畳み可能な構造の非線形ばね特性を利用した防振機構, 日本機械学会論文集, Vol. 80, No. 820, p. DR0384. Page : 26

### ③数理折紙の工学応用: 防振機構

資料 26

#### ばね付き折りたたみ構造の周波数応答解析

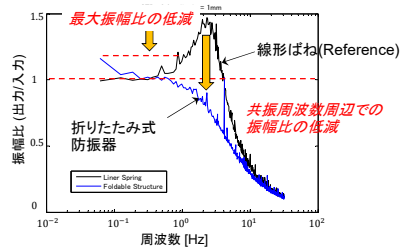


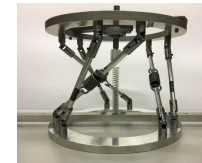
Table 1 Design parameters

	線形ばね (as reference)	折りたたみ式防振器
構造の初期高さ [m]	0.120	0.120
質量 m [kg]	80.00	84.6
減衰係数 c [Ns/m]	1500	1500
つり合いの位置でのばね係数 k [N/m]	22857.10	50.0

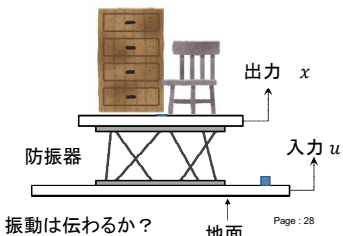
### ③数理折紙の工学応用: 防振機構

資料 27

#### 金属製の折りたたみ模型の製作



#### 加振実験



地面が揺れたとき、振動は伝わるか？

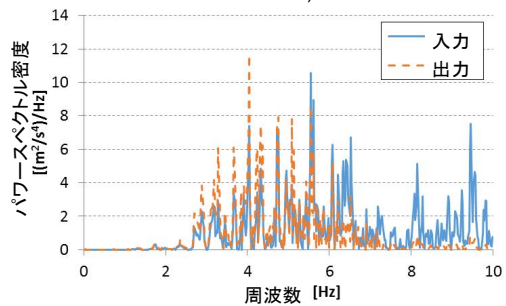
Page : 28

③数理折紙の工学応用: 防振機構

資料 28

加振実験結果

東日本大震災(高さ方向の揺れ)  
(地震波観測点: 日立, 震央距離: 230 km)



• 6Hz~の地震波を効果的に免震できる.

Page : 29

③数理折紙の工学応用: 防振機構

資料 29

新しい機能(形の安定性など)

防振機構



(Ishida et al.)

空気圧式アクチュエータ



(Nishioka et al.)

波動伝搬機構



(Yasuda et al.)

フィルター構造



(Ishida et al.)

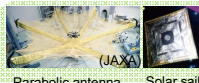
Page : 30

まとめ

資料 30

Compactness, Portability

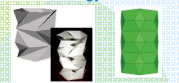
Space structures



Parabolic antenna (JAXA) Solar sail

Rigidity control

Shock/Energy absorbers



(Haitwara et al.) (Ma & You)

Sandwich panels



Zeta cores

伝統的な折紙 + 数学 → ハイテク技術!

Me

(Kuribayashi et al.)



(Nojima)



(Kirin Co.Ltd.)

Pneumatic actuators



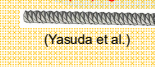
(Nishioka et al.)

Vibration isolators



(Ishida et al.)

Wave propagators



(Yasuda et al.)

Car devices



(Ishida et al.)

New Properties

Page : 31