

# 多安定型反応拡散方程式におけるフロントの相互作用

荻原俊子 (城西大学)

(共同研究者: 中村健一 (電気通信大学))

本講演では, 次の反応拡散方程式

$$u_t = u_{xx} + \frac{1}{\varepsilon^2} f(u), \quad x \in \mathbb{R}, t > 0 \quad (1)$$

を考える. ここで,  $\varepsilon > 0$  は微小パラメータ,  $W(u) := -\int_0^u f(s)ds$  は  $u = k$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) に同じ深さの底を持つ多重井戸型ポテンシャルである. このような  $f(u)$  の例として, 結晶成長モデルに用いられる sine-Gordon 型非線形項  $f(u) = -\sin(2\pi u)$  が上げられる.

ポテンシャル  $W(u)$  が  $u = 0, 1$  に同じ深さの底を持つ 2 重井戸型の場合, (1) は Allen-Cahn 方程式と呼ばれ, 2 成分系の相分離を記述するモデルとしてよく知られている. このとき, 方程式の解に値が 0 から 1 に, あるいは 1 から 0 に急激に変化する界面 (もしくは内部遷移層) と呼ばれる部分が現れる. 複数の界面が存在する場合にそれらがどのように運動するかについて, Carr-Pego [1989], Fusco-Hale [1989] らの研究により, 準安定なパターンが非常にゆっくりと動くこと, および, 隣り合う界面の相互作用は引力的 (attractive) であることが示されている (図 1 を参照). また, Chen [2004] は界面が形成され準安定なパターンができるまでのダイナミクスや隣り合う界面の衝突・消滅の様子を厳密に調べている.

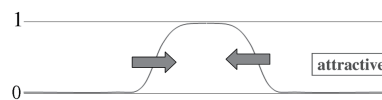


図 1: 双安定系の界面ダイナミクス

一方, 非線形項  $f(u)$  が本講演で取り上げる多安定型である場合には, 図 2 のような階段パターンも現れる. 講演では, (1) の解の振る舞いについて得られた数学的結果を紹介するとともに, 階段パターンにおける隣接フロント間の相互作用は斥力的 (repulsive) であることを述べる (図 3).

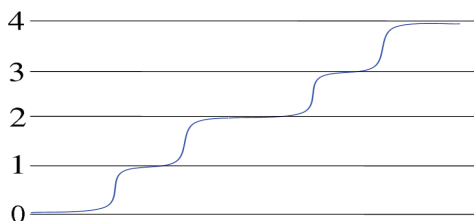


図 2: 多安定系の界面

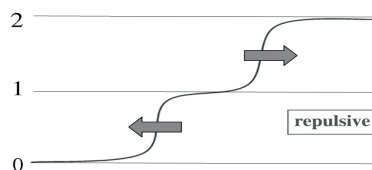


図 3: 多安定系の界面ダイナミクス