第 12 回(2009/6/25)

・次回は小テスト 4 を行う予定

・正規分布の定義と確率密度関数の説明があった.

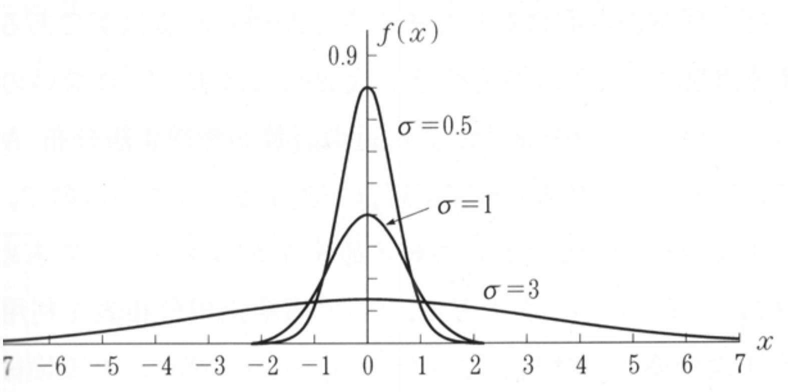


図 3・10 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)(\mu=0; \sigma=0.5, 1, 3)$

特に, $\mu=0$, $\sigma^2=1$ の正規分布を標準正規分布(standard normal distribution)といい, $N(0, 1)$で表す. このときの確率密度関数を $\phi(x)$ と表し,

$$\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\{-\frac{x^2}{2}\}, \qquad -\infty < x < \infty$$ となる.

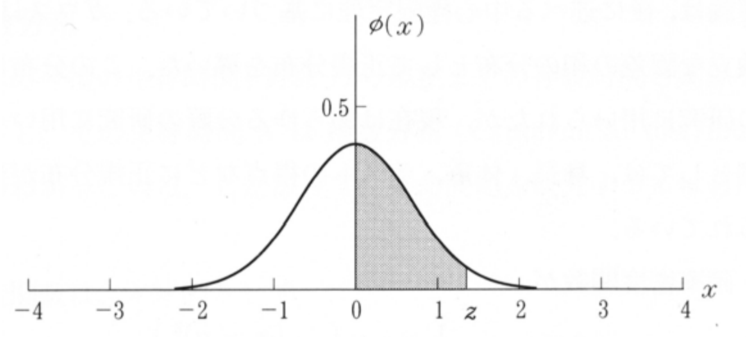


図 3・11 標準正規分布 $N(0, 1)$

正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$の確率密度関数 $f(x)$を利用して, 任意区間に対する確率を

$$P(a < X \leq b)=\int_a^b f(x)dx$$

で求められる. 標準正規分布の確率は標準正規分布表に示されている.

正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$に従う X について標準正規分布表を利用するために, X を 1 次変換しなければならない.

正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ を標準正規分布 $N(0,1\ )$ に変換する方法

$N(\mu,\sigma^2)$ を標準化（平均値を０，Ｘをσで無次元化）すると，

$$P(a < X \le b) = P(\frac{a-\mu}{\sigma} < Z \le \frac{b-\mu}{\sigma}) \quad ,Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$E(X) = \mu$$

$$E(Z) = E(\frac{X}{\sigma} - \frac{\mu}{\sigma}) = \frac{1}{\sigma}E(X) - \frac{\mu}{\sigma}$$

証明は定理3．1を利用すること.

$$V(Z) = \frac{1}{\sigma^2}V(X) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

となる．従って，“$N(\mu,\sigma^2)$ に従う確率変数Ｘが区間(a, b)に属する確率”は“*N(0, 1)*に従う確率変数Ｚが区間($\frac{a-\mu}{\sigma}$,$\frac{b-\mu}{\sigma}$]に属する確率”に等しいことがわかる.

標準正規分布表の使い方について説明した.

・p66 の問題 3.8 の演習を行った.

・例題 3.12，問題 3.9 について自習してください.

第 13 回(2009/7/2)

・期末試験の予定を知らせた.

期末試験に関する重要な知らせ：
１）日時：７月２３日(木)、８：４０～１０：１０
２）持込：電卓、筆記用具
３）資格：欠席した小テストと欠席のレポートの提出が必要
４）成績：小テストと宿題は４０％、期末テスト６０％
５）試験場所：未定
６）試験範囲：本講義の内容のすべて

・宿題の説明があった.

４）ワイブル分布

ある物体の疲労強度はワイブル分布（Weibull distribution）に従う．ワイブル分布の確率密度関数は,（「工学統計解析」，吉本著より）

ワイブル分布の確率分布関数 *F(x)*は

$$F(x) = 1 - \exp\{1 - (\frac{x-\gamma}{\alpha})^m\} \qquad (x > \gamma)$$

この場合，確率密度関す f(x)は F(x)の微分である．

$$f(x) = \frac{m}{\alpha}(\frac{x-\gamma}{\alpha})^{m-1} \exp\{-(\frac{x-\gamma)}{\alpha})^m\} \qquad (x > \gamma)$$

α＝１，γ＝０の場合における f(x)のグラフは以下の図に示す． *m*は形状パラメータであり，*m=1* のときは指数分布になる．

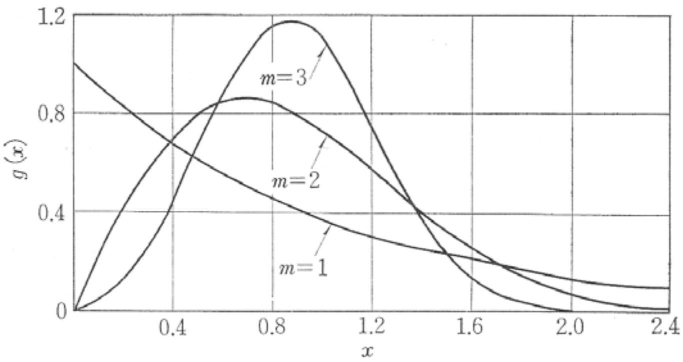


図 5.4　$\alpha=1, \gamma=0$ の場合のワイブル分布

ワイブル分布の平均と分散化は以下の式で計算できる.

$$E(x) = \gamma + \alpha\Gamma(\frac{1}{m} + 1)$$

$$V(x) = \alpha^2\{\Gamma(\frac{2}{m} + 1) - \Gamma^2(\frac{1}{m} + 1)\}$$

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty e^{-y} y^{k-1} dy$$

$\Gamma(k)$はガンマ関数である.

今日まで多くの寿命データがワイブル分布に従うことが実証されていて，たとえば，機械が故障するまでの時間の分布，すなわち寿命のモデル分布としてよく知られています.

5）確率紙

確率紙は事象がどの分布に従うかを判断し，その分布の母数（平均や分散など）を容易に推定するために工夫されたグラフ用紙である．確率用紙には正規確率紙，対数正規確率紙，ワイブル確率紙などがある．それぞれの分布に当てはまる場合に確率と変数との関係が直線になるように縦・横軸の目盛りが調整されている.

正規確率紙：

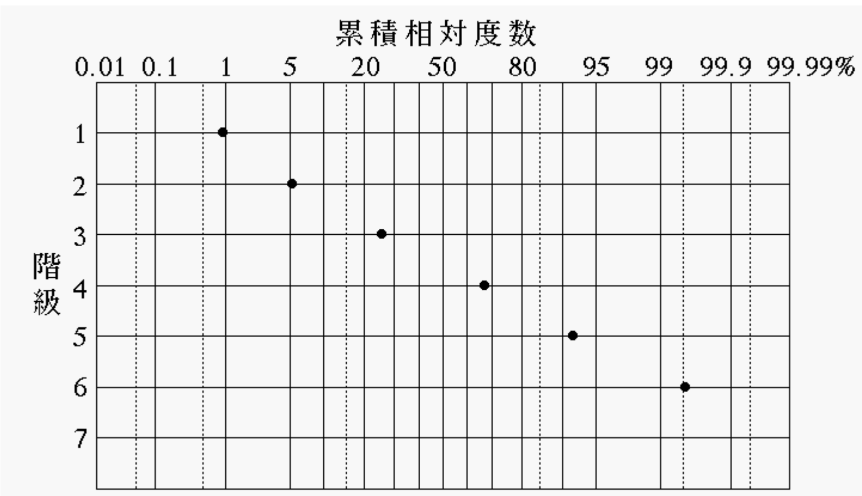
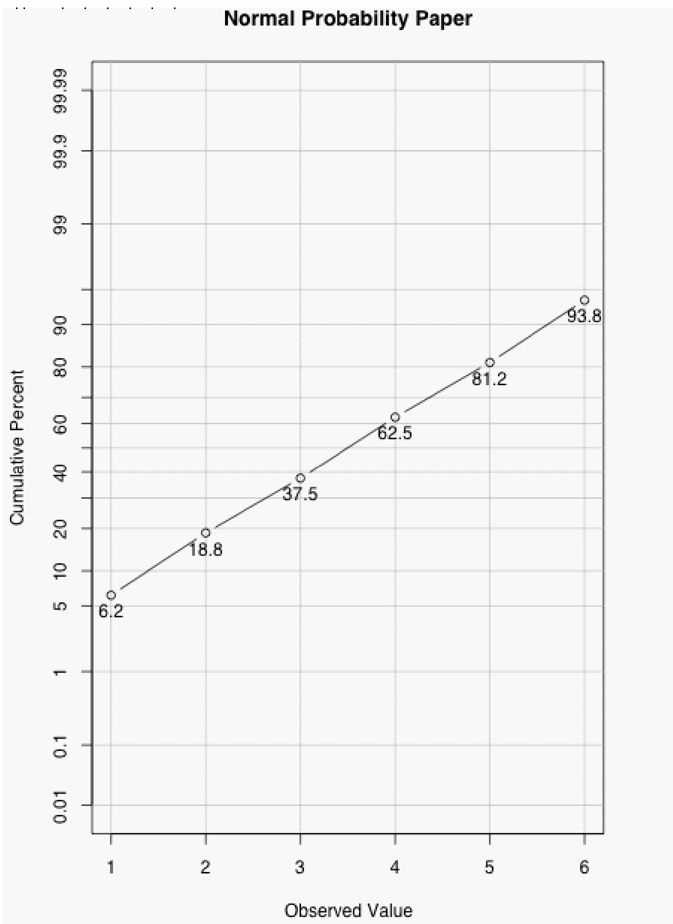
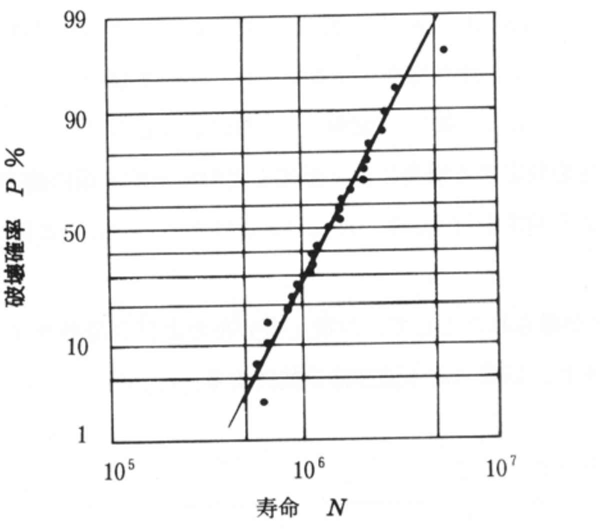


図 1. 正規確率紙による正規性の確認



・確率紙による分布型に対する適合性の検討



（a）対数正規確率紙にプロットした寿命データ

・小テストⅣを行った.