

応用数学 II No. 1 解答

1. (1) $\frac{y'}{y} = -x$ より、両辺を x で積分すると

$$\int \frac{y'}{y} dx = \log |y| = -\int x dx = -\frac{x^2}{2} + C.$$

したがって、 $y(x) = De^{-\frac{x^2}{2}}$. ただし、 $D = e^C$ とする。

(2) まず、 $y' + 2y = 0$ を解けば、解は $y = Ce^{-2x}$ である。定数変化法により $y = C(x)e^{-2x}$ として方程式に代入する。 $C' = e^{2x} \cos x$ より $C(x) = \frac{1}{5}e^{2x}(2 \cos x + \sin x) + D$. したがって、 $y = De^{-2x} + \frac{1}{5}(2 \cos x + \sin x)$.

(3) 特性方程式は $k^2 + 6k + 9 = (k + 3)^2 = 0$ より、解は $y = (C_1 + C_2x)e^{-3x}$ となる。 $-4 = y(0) = C_1$. $y' = (C_2 - 3C_1 - 3C_2x)e^{-3x}$ より、 $14 = y'(0) = C_2 + 12$. したがって、 $y = (-4 + 2x)e^{-3x}$.