

応用数学 II 練習問題

1. 次の微分方程式を解け。

(1) $y' + y = 2$

(2) $y'' + 4y' + 5y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -3$

2. 関数 $f(t) = tu(t-1)$ を図示し、そのラプラス変換 $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ を求めよ。ただし、 $u(t)$ をヘビサイド関数とする。

3. 次の関数のラプラス変換を求めよ。

$$f(t) = \begin{cases} 1 - e^{-t} & (0 < t < 2) \\ 0 & (2 < t) \end{cases}$$

4. 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換 $\mathcal{L}^{-1}(F(s)) = f(t)$ を求めよ。

(1) $F(s) = \frac{s-4}{s^2-4}$

(2) $F(s) = \frac{s^2 - \pi^2}{(s^2 + \pi^2)^2}$

5. 次の微分方程式について、各問に答えよ。

$$y'' + 2y' - 3y = 6e^{-2t}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -14$$

(1) 解 $y(t)$ のラプラス変換 $Y(s)$ を求めよ。

(2) (1) を用いて微分方程式を解け。

6. 次の積分方程式を解け。

$$y(t) = 2t - 4 \int_0^t y(\tau)(t-\tau) d\tau$$