

平成22年度 応用数学 II 中間試験問題

< 途中計算も必ず書くこと >

1. 次の微分方程式を解け。

(1) $y'y + x = 0$

(2) $y'' + 3y' + 2y = 4x$

2. 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換 $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ を求めよ。

(1) $f(t) = te^t, (1 < s)$

(2) $f(t) = \begin{cases} t^2 & (0 < t < 2) \\ 0 & (t < 0, 2 < t) \end{cases}$

3. 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換 $\mathcal{L}^{-1}(F(s)) = f(t)$ を求めよ。

ただし, $\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$ を用いてもよい。

(1) $F(s) = \frac{1}{s^3 + 4s}$

(2) $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^4}$

4. 次の微分方程式について, 各問に答えよ。

$$y'' + 2y' - 3y = e^{-t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

(1) 解 $y(t)$ のラプラス変換 $Y(s)$ を求めよ。

(2) (1) を用いて微分方程式を解け。

5. 次の微分積分方程式を解け。

$$y' + y + 2 \int_0^t e^{t-\tau} y(\tau) d\tau = 1, \quad y(0) = 0.$$