

平成22年度応用数学II 試験問題

< 途中計算も省略しないで書くこと >

1. 次の微分方程式を解け。

(1) $y' + y = x$

(2) $y'' - y' - 6y = 0$

2. ラプラス変換を用いて、微分方程式 $\frac{dx}{dt} + x = t$, $x(0) = 1$ を解け。

3. $f(t)$ と $g(t)$ の合成積 $f * g(t)$ を $f * g(t) = \int_0^t f(t - \tau)g(\tau) d\tau$ と定義する。
 $f(t) = t$, $g(t) = \cos t$ とするとき、次の各問に答えよ。

(1) 合成積 $f * g(t)$ を計算せよ。

(2) $f * g(t)$ のラプラス変換を求めよ。

4. 周期 2π の $(-\pi, \pi]$ で定義された次の関数について、各問の答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (-\pi < x < 0) \\ 1 & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

(1) 関数 $f(x)$ のグラフを描け。

(2) フーリエ余弦係数 a_n とフーリエ正弦係数 b_n を求めよ。

5. 次の関数のフーリエ変換を計算せよ。ただし、 $a > 0$.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \leq a) \\ 0 & (|x| > a) \end{cases}$$

6. 積分方程式 $\int_0^\infty f(x) \sin kx dx = e^{-k}$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。