

数学の考え方 No.3 解答

$$1. (1) \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2. (1) A \text{ の行列式は } |A| = 4, \text{ 逆行列は } A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2) $x = t$ とすれば

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (t \text{ は任意})$$

(3)

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

直線 $x' - 3y' + 12 = 0$ に移される。

発展問題：

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \\ \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

一方、 $y = -x + 3$ より $x = t$ とすれば

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ -x + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1-\sqrt{3}}{2}x + \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \frac{3}{2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{t}{2} \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{3} \\ -(1 + \sqrt{3}) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$