

数学の考え方 No.4 解答

1. (1) 2次正方行列 $A = (\mathbf{a} \ \mathbf{b})$ について、

$$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$$

より、 $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ は1次独立である。

別解

$$s\mathbf{a} + t\mathbf{b} = s \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2s + 4t \\ 3s - 5t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

より、 $-2s + 4t = 0$, $3s - 5t = 0$. したがって、 $s = t = 0$. (2) $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

$$(3) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ より}$$

$$x = -2s + 4t, \quad y = 3s - 5t.$$

直線の式に代入すると、 $9t - 5s = -1$ となる。