

線形代数 No. 1 解答

1. 次の行列を計算せよ。

$$(1) \quad 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -8 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 10 & -6 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

2. 次の連立1次方程式を解け。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -5 & 9 \\ 3 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\textcircled{2} - 2 \times \textcircled{1} \\ \textcircled{3} - 3 \times \textcircled{1}}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\textcircled{1} + 2 \times \textcircled{2} \\ \textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 9 \\ 0 & -1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\substack{-1 \times \textcircled{2} \\ -\frac{1}{2} \times \textcircled{3}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\textcircled{1} + 7 \times \textcircled{3} \\ \textcircled{2} - 3 \times \textcircled{3}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

従って、 $x = -5$, $y = 3$, $z = -2$.

発展問題：

$x + z = 7$, $y + z = -2$, $w = -1$ より $z = t$ とすれば、 $x = 7 - t$, $y = -2 - t$. ただし、 t は任意定数である。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$