

線形代数 No.5 解答

1. (1) 2 列目により展開する。

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -4$$

(2) 1 列目により展開する。

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 16$$

$$(3) |C| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 12$$

2. $|A| \neq 0$ を示す。

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -4 & a-2 & -1 \\ 8 & 3 & 2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -4 & a-2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 8a - 4$$

より, $a \neq \frac{1}{2}$.

予備問題：

1.

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 5$$

2.

$$\begin{vmatrix} 6-x & -1 & 5 \\ -3 & 2-x & -3 \\ -7 & 1 & -6-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1-x & 0 & -1-x \\ -3 & 2-x & -3 \\ -7 & 1 & -6-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1-x & 0 & 0 \\ -3 & 2-x & 0 \\ -7 & 1 & 1-x \end{vmatrix} \\ = (1+x)(x-2)(1-x) = 0$$

$$x = -1, x = 1, x = 2.$$