

数学解析 I No. 5

< ロピタルの定理 >

1. 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^4 + 6x + 5}{5x^4 + 3x^3 + 4x^2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - e^{-x}}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(x - \frac{\pi}{2})^2}{1 - \sin x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow +0} (-\log x)^x$$

追加問題：

1. 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow +0} x \log x$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} x(a^{\frac{1}{x}} - 1) \quad (a > 0)$$

2. 関数 $y = x^4 e^x$ の n 次導関数を求めよ。