数学解析 I No.7 解答

1. (1) $f'(x) = 3x^2 - 1 = (\sqrt{3}x - 1)(\sqrt{3}x + 1)$. $f''(x) = 6x$. $x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ は $f'(x) = 0$ の解である。 また、 $f''(\dfrac{1}{\sqrt{3}}) = \dfrac{6}{\sqrt{3}} > 0$ より $x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ で極小となり、極小値は $2 - \dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. $f''(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}) = -\dfrac{6}{\sqrt{3}} < 0$ より $x = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ で極大となり、極大値は $2 + \dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

(2) $f'(x) = e^{-x}(1 - x)$. $f''(x) = e^{-x}(x - 2)$. $x = 1$ は $f'(x) = 0$ の解である。$f''(1) = -e^{-1} < 0$ より、$x = 1$ で極大となり、極大値は e^{-1}. 極小値は存在しない。

2. $f'(x) = -4xe^{-2x^2}$. $f''(x) = 4(4x^2 - 1)e^{-2x^2}$. $x = 0$ は $f'(x) = 0$ の解である。$f''(0) = -4 < 0$ より、$x = 0$ で極大となる。$x = \pm\dfrac{1}{2}$ は $f''(x) = 0$ の解であるから、$x = \pm\dfrac{1}{2}$ は変曲点となる。

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		∞
f'		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
f''		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
f	0	$\nearrow$	$e^{-\frac{1}{2}}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$e^{-\frac{1}{2}}$	$\searrow$	0
			変曲点		極大		変曲点