

数学解析 II No. 11 解答

1. $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ とする。積分領域は $D : x^2 + y^2 \leq 1$ である。

$$\iint_D (x^2 + y^2) \, dx dy = \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^3 \, dr d\theta = 2\pi \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

2 $z = f(x, y) = \sqrt{1 - x^2}$ とする。 $f_x = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$ 。また、積分領域は $D : x^2 + y^2 \leq 1$ である。

$$\begin{aligned} 2 \iint_D \sqrt{1 + \frac{x^2}{1 - x^2}} \, dx dy &= 2 \iint_D \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx dy = 4 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \, dy dx \\ &= 4 \int_{-1}^1 dx = 8 \end{aligned}$$