

## Analysis II No. 4

### < テーラーの定理 >

1. 次の2つの関数について、各問に答えよ。

(1)  $z = f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 + 2x + 4y - 2$

(2)  $z = g(x, y) = e^x \cos 3y$

[1] 2階までの偏微分  $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yx}, z_{yy}$  を求めよ。

[2]  $n = 2$  について、次のテーラー展開の右辺を各関数について求めよ。

$$\begin{aligned} z(x+h, y+k) - z(x, y) &= (hD_x + kD_y)z(x, y) \\ &+ \frac{1}{2}(h^2D_{xx} + 2hkD_{xy} + k^2D_{yy})z(x + \theta h, y + \theta k). \end{aligned}$$

例えば、 $D_x z = z_x$  である。また、 $h, k$  は定数、 $\theta$  は  $0 < \theta < 1$  を満たす定数である。