

物理科学T(4) 機械 T(7) 情報

担当: 前田幸重

工学部 工学基礎教育センター 准教授

居室: 工学部C208号室

yukie@cc.miyazaki-u.ac.jp

<http://www.cc.miyazaki-u.ac.jp/yukie/>

運動

- 時間が経つにつれ物体は色々と変化する
 - ✓その位置が時間によってどう変化するか？ **運動**
 - ✓質点の運動から理解する。
- 場所vs時間
 - ✓いつ(時間)、どこ(変位)にいるのか？



スピード(速度)

- (ある瞬間の)速度 = 微小な時間 (Δt) とその間に進んだ微小な距離 (Δx) の比

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

速さ = 速度ベクトルの大きさ

- 微分学

✓ ニュートンとライプニッツが発明

- 積分としての変位

距離 = 変位ベクトルの大きさ

$$x = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad \leftarrow \text{時刻 } t_1 \text{ から } t_2 \text{ の間の変位}$$

$$x(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt + x_0 \quad \leftarrow \text{時刻 } t_1 \text{ での初期位置 } x_0 \text{ とした、時刻 } t_2 \text{ での位置}$$

加速度

- 加速度＝速度が変化する時間的割合

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

単位

- 運動の記述に必要なのは「長さ」と「時間」
 - ✓「長さ」の単位？ m, km, mm, 尺、マイル、光年 など
 - ✓「時間」の単位？ s, ms, min., h, 日、年 など
- 速度 $v = \frac{dx}{dt}$ 「長さ／時間」
- 加速度 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ 「長さ／(時間)²」

有効数字

- 「1」と「1.」は違う！
 - ✓ 60.6、0.135、964は全て有効数字3桁
 - ✓ 200は1桁か3桁かわからない
 - 2×10^2 、 2.0×10^2 、 $200.$ 等で明確になる
- 掛け算、割り算では有効数字の桁数が小さい数字に合わせる
 - ✓ 2桁×3桁＝2桁、4桁÷1桁＝1桁
 - $3.0 \times 101 = 303 = 300 = 3.0 \times 10$
 - $4.000 \div 5 = 0.800 = 0.8$

問題 1 図1のように、 x 軸上を運動する物体があり、時刻 t での速度 v が図2のようなグラフで示された。時刻 $t=0$ での物体の位置を原点 $x=0$ として、以下の問いに答えよ。

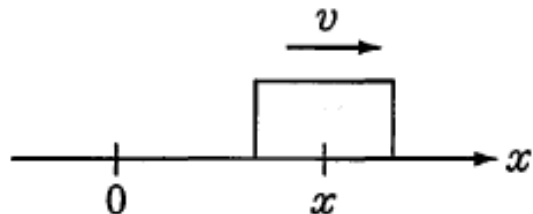


図1

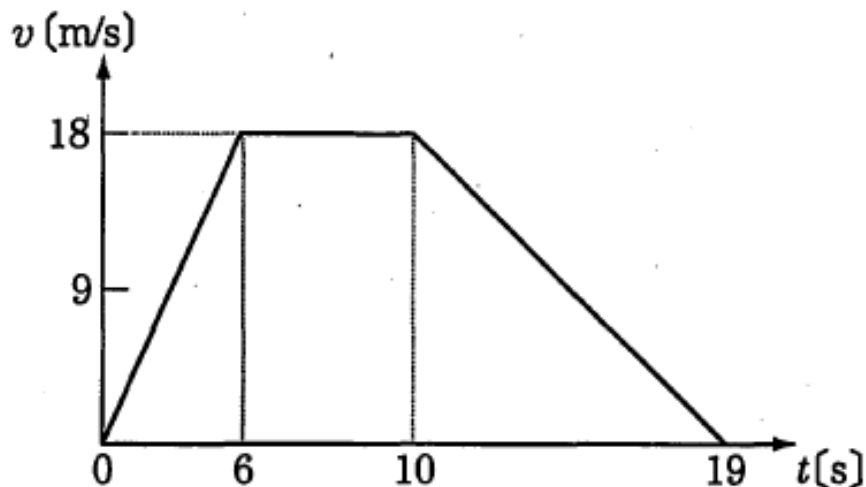


図2

(1) 時刻 $t=3.0$ sにおける物体の加速度 a を求めよ。

[m/s^2]と[km/min^2]の単位で求めよ。

(5) 物体が最も原点から遠ざかる時刻 t とそのときの変位 x を求めよ。

有効数字に気を付けて求めよ。

2次元・3次元での運動【ベクトル】

- 変位 $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z) = (x, y, z)$
- 速度 $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$
- 加速度 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}\right)$
 - ✓それぞれの成分ごとに、微分・積分関係

Quiz: 任意の時刻 t の速度ベクトルが $\vec{v} = (t, t^2, 1)$ である運動の、加速度ベクトルと変位ベクトルを t を用いて表せ。但し $t=0$ の位置は原点 $(0,0,0)$ とする。

ベクトル表記

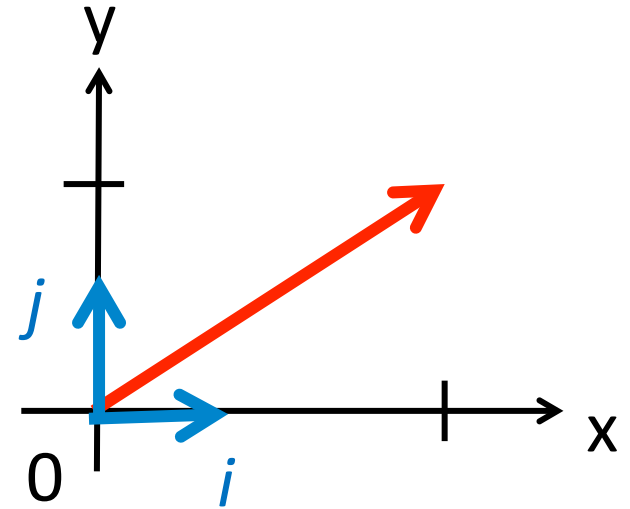
- 座標表示

速度 $\vec{v} = (3, 2)$

- 単位ベクトル表示

$\vec{i} = (1, 0)$, $\vec{j} = (0, 1)$ とすると

$\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$



- 速度は向き表記込み、速さは速度の大きさ

$$|\vec{v}| = \sqrt{v^2} = \sqrt{(3^2 + 2^2)} = \sqrt{13}$$

cf) $\vec{v}^2 = (3\vec{i} + 2\vec{j})^2 = (9\vec{i}^2 + 12\vec{i} \cdot \vec{j} + 4\vec{j}^2) = 13$

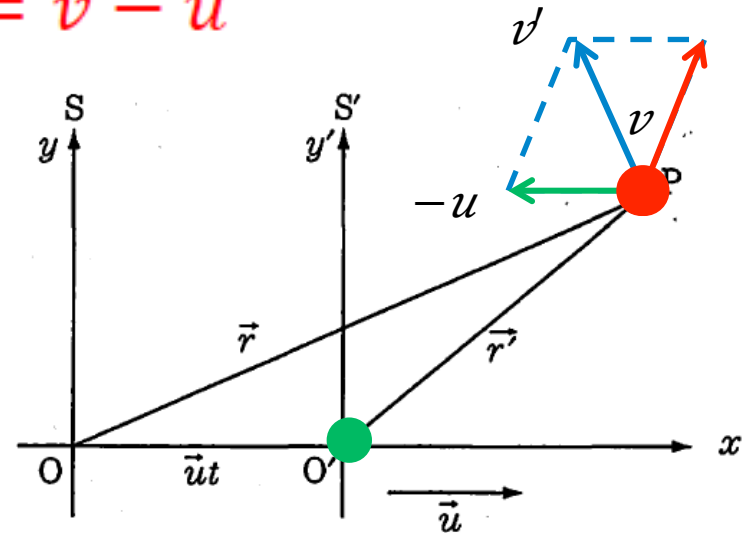
西向きに 0 [m/s] というのも有り。

相対速度 (ガリレイ変換)

- 系 s' が系 s に対して一定速度 u で動いている
 - ✓時刻 $t=0$ に S の原点 O と S' の原点 O' が一致していたとすると、時刻 t では $\vec{O}' = \vec{O} + \vec{u}t$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t \quad \therefore \vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$$

$\vec{v} = (1,3), \vec{u} = (5,0)$ の
時、 S' から見た質点 P の
速度 \vec{v}' は？



$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} = (1,3) - (5,0) = (-4,3)$$

【発展】特殊相対論

- 系SとS'から光 ($3 \times 10^8 \text{m/s}$) を観測したら？

$$v = c, \quad v' = v - u = c - u \quad \text{光が遅くなる?!}$$

- マクスウェル方程式 (電気力学) からの要請

✓ローレンツ変換

$$t' = \frac{-vx/c^2 + t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$