情報システム工学科
伊達 章

線形システムの解析

- フーリエ変換後の関数 $F(\omega)$ の図の書き方，複素数表現の復習
- 8.1 線形時不変システム
- 8.2 インパルス応答
- 8.3 フーリエ変換による解析，周波数応答
- 演習．インパルス応答．たたみこみの理解の確認．

- 8.1 線形時不変システム
  - システムとは何か，ということを深く考えるのはやめて，ここでは $f(t)$ という信号が入力された場合，信号 $g(t)$ を出力する装置のことをシステムということにする．

$$S : f(t) \quad \to \quad g(t) = S[f(t)], \quad -\infty < t < \infty \tag{1}$$

  - システム解析の目的： 入力 $f(t)$ から出力 $g(t)$ を予測すること．それには，あらかじめ何か信号を入力しておいて，どんな出力がでるか観測する必要がある．ありとあらゆる入力をシステムに入力し，出力を観測すれば，システムの特性はわかるが，それは大変であるし，なにより不可能である．実は，ある入力に対する出力さえ調べておけば，システムの特性がすべてわかる．その入力がインパルスである．
  - 線形システムの定義 式 (8.2)

$$\begin{aligned} S[f_1(t)] &= g_1(t) && (2)\\ S[f_2(t)] &= g_2(t) \text{ とすると} && (3)\\ S[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] &= a_1 S[f_1(t)] + a_2 S[f_2(t)] && (4)\\ &= a_1 g_1(t) + a_2 g_2(t) && (5) \end{aligned}$$

    異なる入力が互いに影響をあたえることはない．出力は，それぞれの出力の重ね合せ．したがって，入力信号をあらかじめ取り扱いやすい特別な信号の和に分解して表現しておけばいい．では，その特別な信号とは何か．
  - 線形システムの例，線形ではないシステムの例
  - 時不変システムの定義 式 (8.3)

$$g(t+a) = S[f(t+a)] \tag{6}$$

    入力のタイミングがずれたら，その分，出力のタイミングも同じだけずれる，ということ．ある同じ入力に対し，今日の反応と明日の反応が変わらないということ．相手が機械であれば，いたって自然 (相手が人間の場合，そうはいかない)．

– 因果性について

$$Sf(t) = 0(t < t_1) \text{ のとき} \quad (7)$$
$$\text{必ず } g(t) = S[f(t)] = 0(t < t_1) \quad (8)$$

音声信号への応答や，車のアクセルの踏み込みへの応答などを考えた場合，システムの出力が，その時間までの入力信号にのみ依存し，未来の入力に依存することはない．これが因果性．空間的な相互作用を考える場合は，因果的でないと考える．講義では $f(t)$ を時間信号だと考え，因果的なシステムだけを考える．

- 8.2 インパルス応答

入力信号 $f(t)$ をどのような信号に分解すればよいだろうか．複素正弦波に分解すれば御利益があると信じ，今までフーリエ級数，フーリエ変換を学習して来たのだから，複素正弦波に分解すればいいのだが，ここでは，デルタ関数列に分解する．デルタ関数を使えば，どんな関数も表現できることをすでに習ったが．天下りで申し訳ないが，ここではそれを使う．これも自然な表現ではある．

–