

2005年2月7日
応用数学2

学籍番号：
名前：_____

以下の問題で必要であれば $\mathcal{L}[e^{\alpha x}] = \frac{1}{s - \alpha}$, $\mathcal{L}[\sin \alpha x] = \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$, $\mathcal{L}[\cos \alpha x] = \frac{s}{s^2 + \alpha^2}$ というラプラス変換の結果を使用してもよい。

【演習問題】

問1: $L(s) = \frac{s+8}{s^2+16}$ の逆ラプラス変換 $\mathcal{L}^{-1}[L(s)]$ を求め、収束領域も示せ。

$$\begin{aligned} L(s) &= \frac{s}{s^2+4^2} + 2\frac{4}{s^2+4^2} \text{と書き直して} \\ \mathcal{L}^{-1}[L(s)] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4^2} + 2\frac{4}{s^2+4^2}\right] \\ &= \cos 4x + 2\sin 4x \end{aligned}$$

を得る。収束領域は $\operatorname{Re} s > 0$ である。

問2: $L(s) = \frac{2s+3}{s^2-3s+2}$ の逆ラプラス変換 $\mathcal{L}^{-1}[L(s)]$ を求め、収束領域も示せ。

$$\begin{aligned} L(s) &= \frac{2s+3}{(s-2)(s-1)} = \frac{a}{s-2} + \frac{b}{s-1} \text{と書き直して} \\ a(s-1) + b(s-2) &= 2s+3 \\ (a+b)s - (a+2b) &= 2s+3 \\ a+b &= 2, \quad a+2b = -3 \\ a=7, b &= -5 \text{より} \\ L(s) &= \frac{7}{s-2} - \frac{5}{s-1} \\ \mathcal{L}^{-1}[L(s)] &= 7e^{2x} - 5e^x \end{aligned}$$

を得る。収束領域は $\operatorname{Re} s > 2$ である。