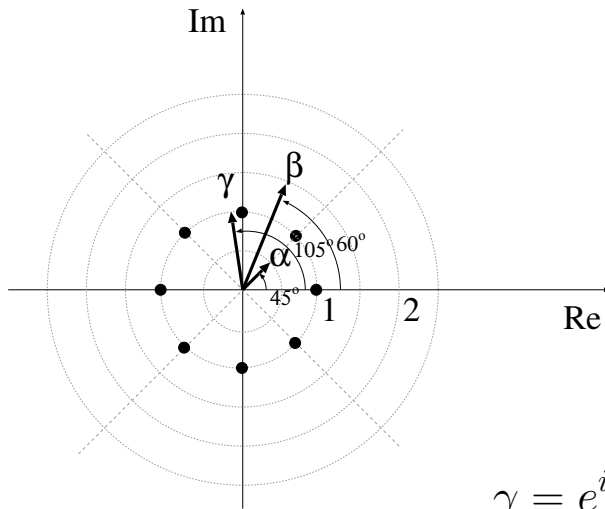


2005年11月17日
 応用数学2

名前： _____ 得点： _____

小テスト：解答例

1. $\theta_1 = \frac{\pi}{4}, \theta_2 = \frac{\pi}{3}$ とする．複素平面上に $\alpha = 0.5e^{i\theta_1}, \beta = 2e^{i\theta_2}$ をそれぞれ図示し，それらを掛け算した結果 $\gamma = \alpha \times \beta$ を求め， γ を図示せよ．



$$\gamma = e^{i\left(\frac{7}{12}\pi\right)} = \cos \frac{7}{12}\pi + i \sin \frac{7}{12}\pi$$

問2： $\alpha^n = 1$ を満たす複素数 α は，どのような意味の数か，まず言葉で記述し，複素数 α を求めなさい．特に， $n = 8$ の場合についての α を上の図に点で書き込みなさい．

【ヒント】 $\alpha = re^{i\theta}$ と表現して上の式に代入し，オイラーの公式をつかって実部と虚部に分け，両辺の実部と虚部を比較する．意味が分からなければ $n = 1, 2, 3, 4$ などと代入してみる．

解答例：「 n 回転すると 1 になるような複素数」

解答例：「 n 回かけると大きさが 1，偏角（位相）が 0 になるような複素数」

$$\alpha^n = 1 \tag{1}$$

$$\{re^{i\theta}\}^n = 1 \tag{2}$$

$$r^n e^{in\theta} = 1 \tag{3}$$

$$r^n \{\cos n\theta + i \sin n\theta\} = 1 \tag{4}$$

$r < 1$ なら r^n は 1 よりだんだん小さくなる，逆に $r > 1$ なら r^n は 1 だんだん大きくなる． $r = 1$ ．

$$\cos n\theta = 1, \sin n\theta = 0$$

をみたす θ を求める．

$$n\theta = 2k\pi \rightarrow \theta = \frac{2k\pi}{n}, k = 0, 1, 2, \dots$$

よって

$$\alpha = e^{i\theta}, \theta = \frac{2k\pi}{n}, k = 0, 1, 2, \dots$$

$n = 8$ のとき，

$$\alpha = e^{i\theta}, \theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$$