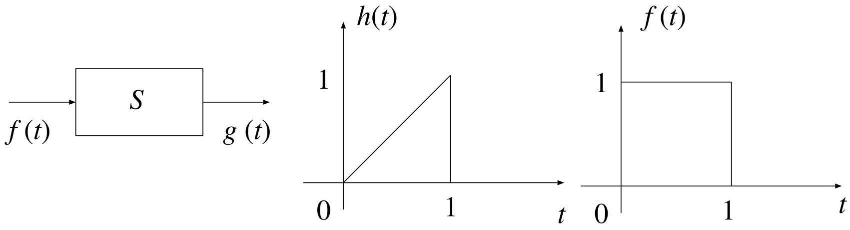
学籍番号：760 ___ ___ ___ ___ 0

2006 年 1 月 19 日
応用数学 2　　　　　　　　名前：＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点：＿＿＿＿

小テスト：解答例

問題：



インパルス応答 $h(t)$ が

$$h(t) = \begin{cases} t, & 0 < t \le 1 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

である線型システム S に以下の信号

$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le 1 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

が入力された．たたみこみ積分によりシステムの出力応答 $g(t) = S[f(t)]$ を求め図示しなさい．
【回答例】

$$\begin{aligned}
g(t) = S[f(t)] &= S\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\right] \\
&\quad \text{線形性より} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)S\left[\delta(t-\tau)\right]d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\
&\quad \tau \le 0, \tau > 1 \text{ で } f(\tau) = 0 \text{ より} \\
&= \int_0^1 f(\tau)h(t-\tau)d\tau \\
&\quad 0 \le \tau \le 1 \text{ で } f(\tau) = 1 \text{ より} \\
&= \int_0^1 h(t-\tau)d\tau \\
&\quad t - \tau = \tau' \text{ と置換すると，} -d\tau = d\tau' \\
&= -\int_t^{t-1} h(\tau')d\tau' = \int_{t-1}^{t} h(\tau')d\tau'
\end{aligned}$$

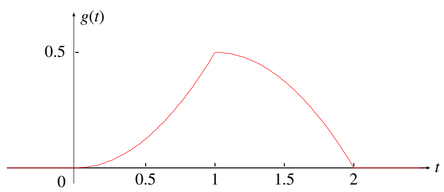
したがって，この積分は時刻 t が以下のように分けて計算をする必要がある．

i) $t \le 0$ および $t > 2$ のとき
0 を積分しても 0 なので $g(t) = 0$ となる．
ii) $0 < t < 1$ のとき

$$g(t) = \int_0^t h(\tau')d\tau' = \int_0^t \tau' d\tau' = \frac{t^2}{2}$$

iii) $1 < t < 2$ のとき

$$g(t) = \int_{t-1}^{1} h(\tau')d\tau' = \int_{t-1}^{1} \tau' d\tau' = \frac{1}{2} - \frac{(t-1)^2}{2} = \frac{t(2-t)}{2}$$



※ 講義のページ：`http://www.cs.miyazaki-u.ac.jp/~date/lectures/2005am2/index.html`