

学籍番号：760 _____ 0 名前： _____

【問1】（線形独立性）[10点]

以下に、2次元平面の座標軸と原点 O を書き、線形従属（一次従属）なベクトル2つ（ \vec{a} と \vec{b} ）を描きなさい。

【問2】（行列とベクトルの掛け算）[20点]

$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ とするとき $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ を計算せよ。ただし T は転置を意味する。

【問3】（行列式）[20点]

次の文章中の空欄を適切な数字または文字で埋めなさい。

単位行列 E の行列式は ⁽¹⁾ _____ である。行列 A を掃き出し法で変形していくとき、一つの行を d 倍すると行列式の値は ⁽²⁾ _____ 倍される。また、ある行に他の行の d' 倍を加えると行列式は ⁽³⁾ _____ 倍される。さらに行と行を一回交換すると行列式は ⁽⁴⁾ _____ 倍される。

行列式 $|A|$ には「面積（体積）拡大率」という意味がある。これを図を書くなどして説明せよ。

【問4】(連立一次方程式) [20点]

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = -29 \\ -x - y + 2z = 9 \\ x - y + 2z = 15 \end{cases}$$

1) この連立一次方程式を2本のベクトルと一つの行列を使い表現しなさい。

2) 方程式の解を掃き出し法により求めなさい(計算間違いはもったいないので検算する)。

$$\underline{x = \quad y = \quad z =}$$

【問5】(行列式と逆行列．後半は忍耐力が必要) [30点]

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ の行列式 $|A|$ と逆行列 A^{-1} を求めよ．(A^{-1} の要素はどれも整数ではない)

【ヒント：まず $\begin{pmatrix} * & * & * & \cdots \\ 0 & * & * & \cdots \\ 0 & 0 & * & \cdots \end{pmatrix}$ の形に変形し，行列式を求め，つぎに逆行列を求める】