

2005年11月7日
線形代数

名前： _____ 得点： _____

小テスト： 解答例

次の行列 A について以下の間に答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 4 & 1 & 4 & -5 \\ 5 & 1 & 5 & -3 \\ 1 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. 行列 A の左から掛けることで、 A の第1行を (-4) 倍したものを第2行に加える操作をおこなう行基本行列 P を求めよ。

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 行列式 $|A|$ を求めよ。

⇒

第1行 $\times(-4)$ を第2行に加える。

第1行 $\times(-5)$ を第3行に加える。

第1行 $\times(-1)$ を第4行に加える（それぞれ第1列の 4,5,1 を 0 にしたいため）。

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -11 & 8 & -3 \\ 0 & -14 & 10 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{第2行} \times -14/11 \text{ を第3行に加える（第3行2列の } -14 \text{ を } 0 \text{ にしたいため）.}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -11 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & -2/11 & 129/11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{第2行を } -11 \text{ で割り, 第3行を } -2/11 \text{ で割る.}$$

$$\underline{|A| = (-11) \times (-2/11) = 2}$$

【雑談】

基本変形を繰り返して、上三角行列 U （左下の要素がすべて0の行列）を作った。

$$P_1 P_2 \cdots A = U$$

P_1, P_2, \dots は同じ行を何倍かする操作、もしくは他の行を何倍か加える操作であった。