

神経回路網特論

第4回 自己組織化モデル (1)

伊達 章

2005年4月28日

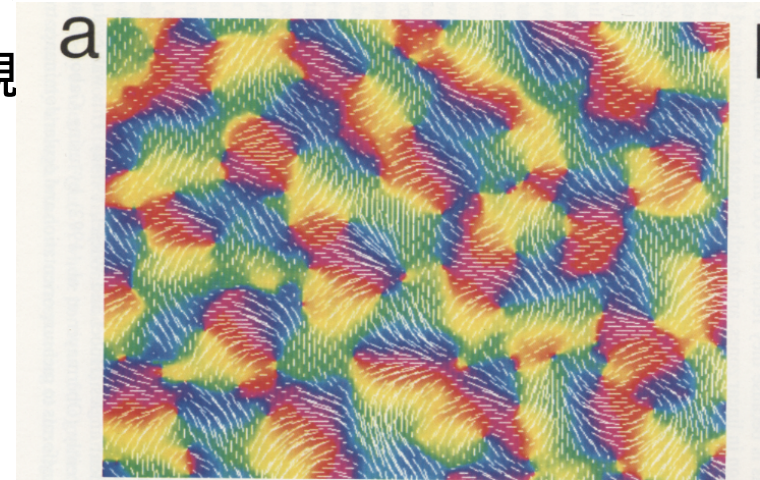
講義のテーマ

- 全体を通してのテーマ： 情報表現と計算
- 前回までのテーマ： 高次元信号の2次元表現

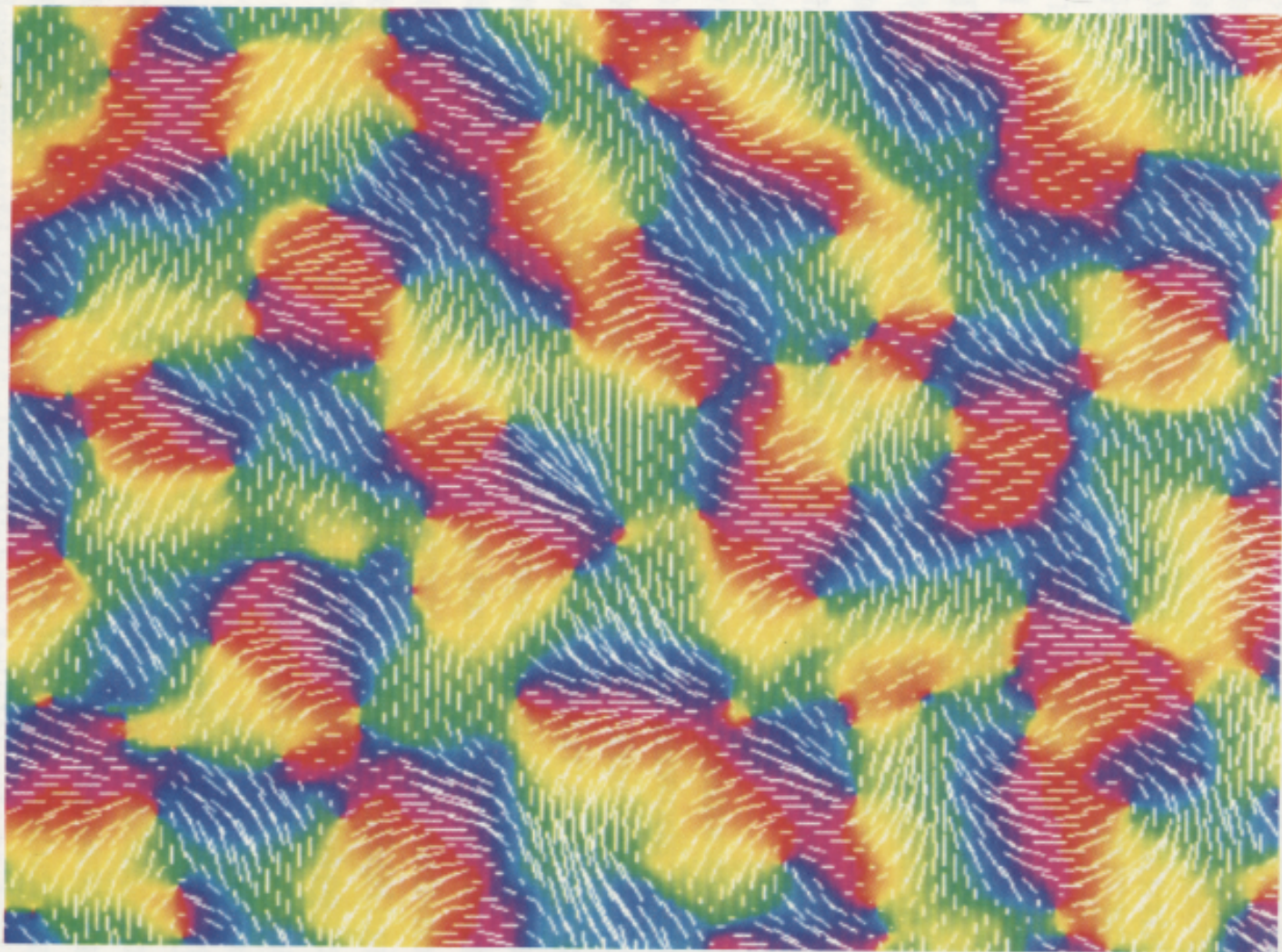
大脳皮質の機能地図（一次視覚野の情報表現

- － 受容野の位置（視野内のどの位置）
- － 方向選択性（線分の方向）
- － 眼優位性（左右どちらか）

自己組織化マップ（数理モデル）



a



講義のテーマ

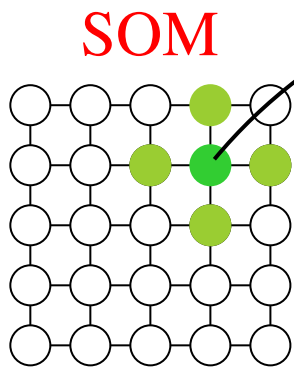
- 全体を通してのテーマ
 - － 情報表現と計算
- 今回のテーマ 前回の続き
 - － 高次元信号の低次元表現
自己組織化マップ（数理モデル）

概要

- Kohonen の自己組織化マップ (SOM)
- 高次元信号空間におけるマップのうねり
- マップの拡大率
- ニューラルガス
- 主成分分析と SOM
- Hebb 側と条件反射

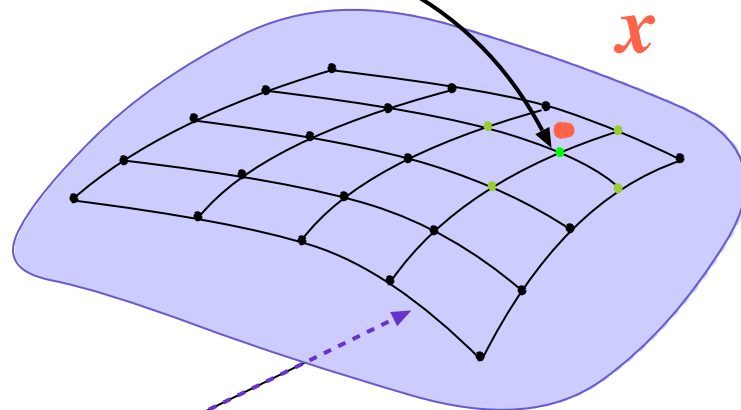
自己組織化マップ SOM

neural field



m_i

Input Space



x

入力 x

リファレンスベクトル m_i

モデルに必要な仕掛け

- 目的： 入力信号空間とノード配列の間のトポロジカルなマップ形成

$$f : x \rightarrow r_c \quad (\text{入力信号} \rightarrow \text{ノード})$$

- 手段： 参照ベクトルを変化させることにより写像 f を変える（学習）
- トポロジカルなマップとは：
 - － 1つの入力 x に対し，1つのノードが対応
 - － 1つのノードに対し，信号空間内の1つの領域が対応
 - － 隣り合うノードに対応する領域は，おおむね，信号空間内でも隣り合う

SOM の学習アルゴリズム：近傍学習

- 1) 参照ベクトル m_1, m_2, \dots の初期化
- 2) 入力信号 x を選ぶ
- 3) 勝者 c を計算

$$c = \underset{i}{\operatorname{argmin}} \|x - m_i\|$$

- 4) 参照ベクトル m_1, m_2, \dots の学習

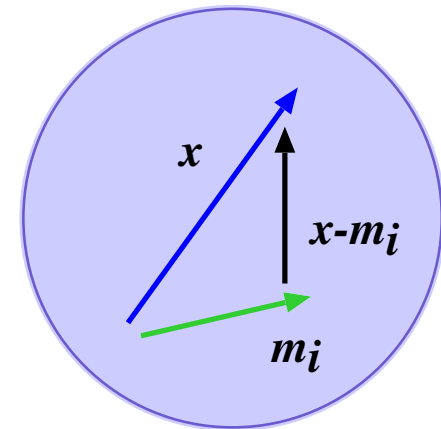
$$\Delta m_i = \alpha(x - m_i)h_{ci} \quad (2)$$

$$h_{ci} = \exp\left(-\frac{\|r_c - r_i\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

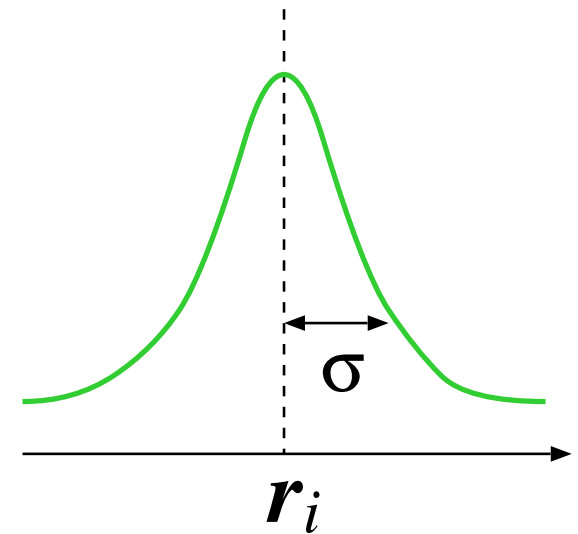
$r_i \dots i$ 番目の素子の配列上（神経場）での位置

$\alpha \dots$ 学習の強さを表す正の定数

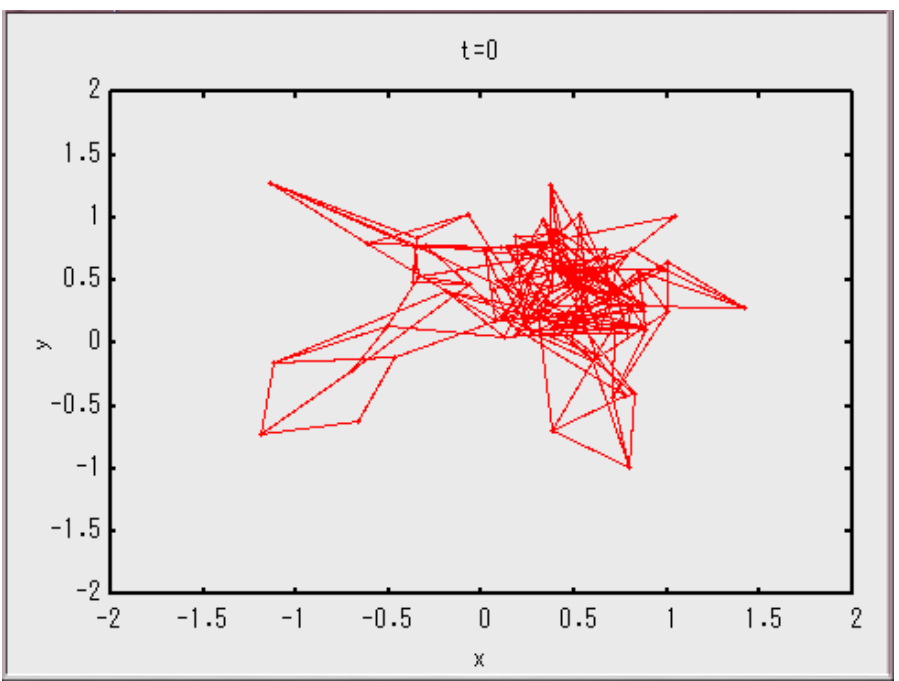
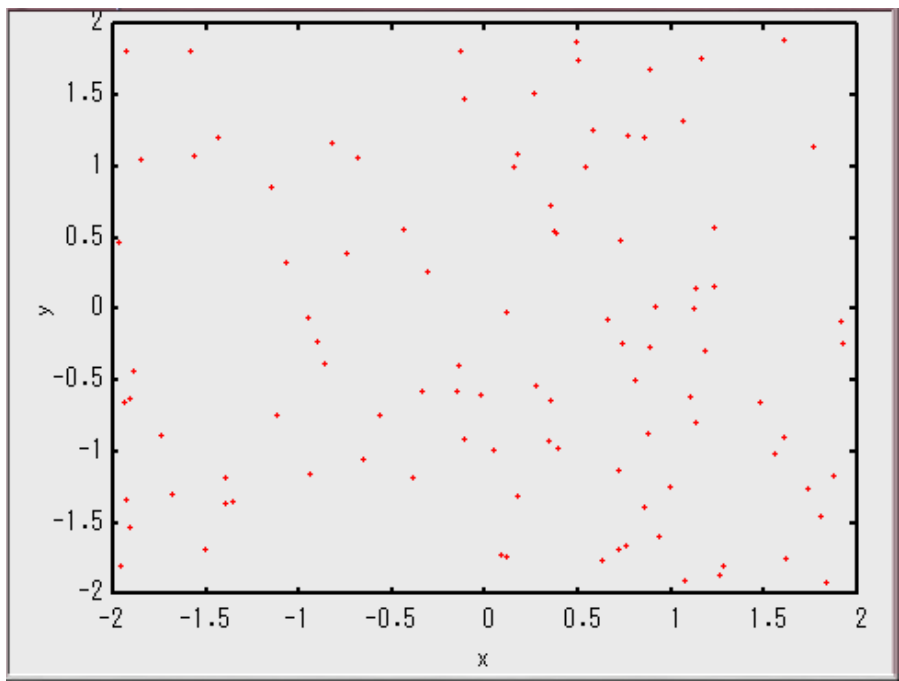
- 5) 2) に戻って繰り返す。



(1)

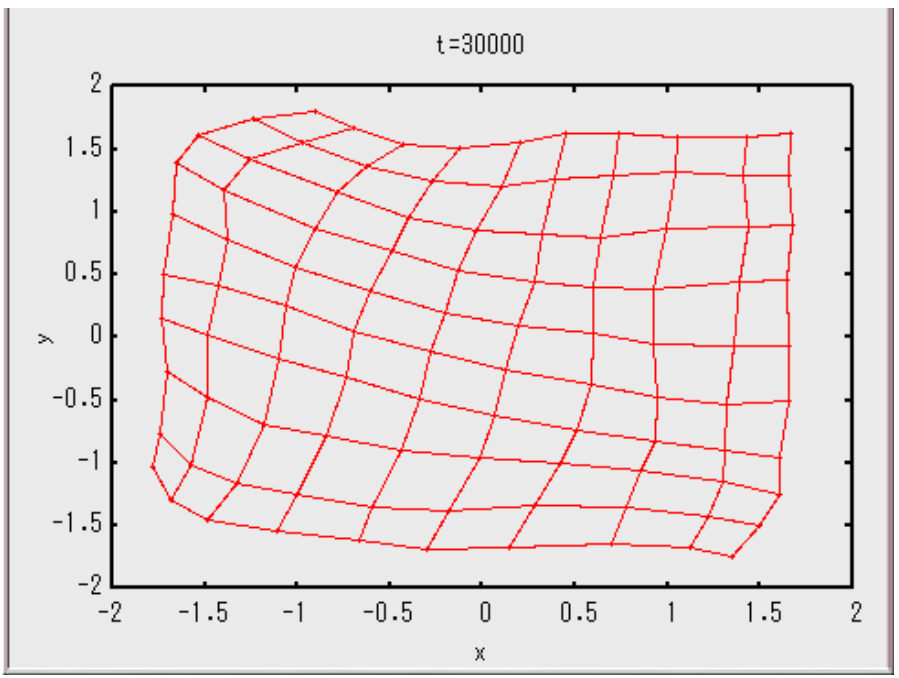
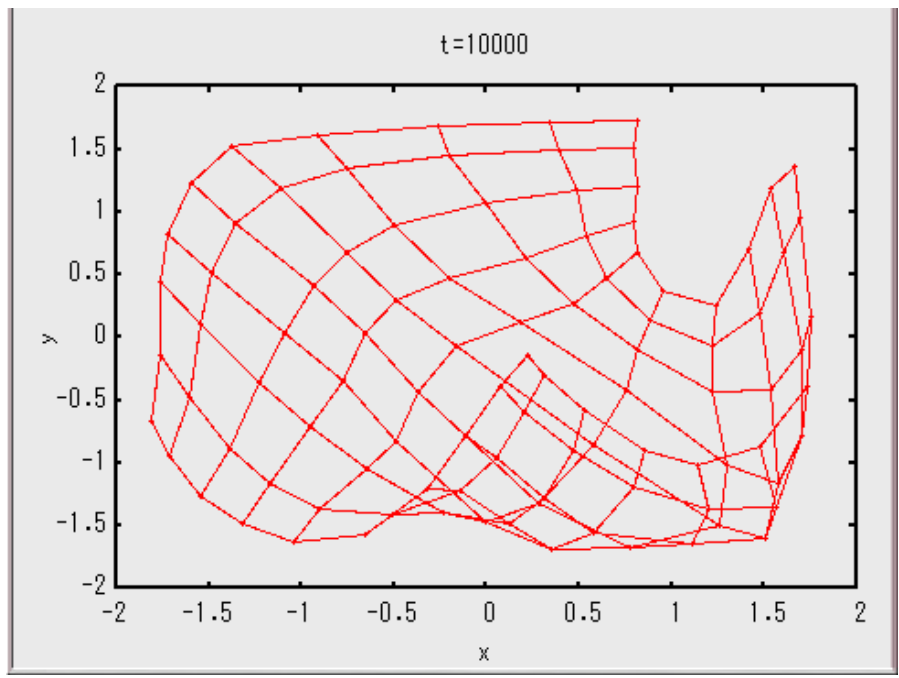


シミュレーション： 2次元から2次元

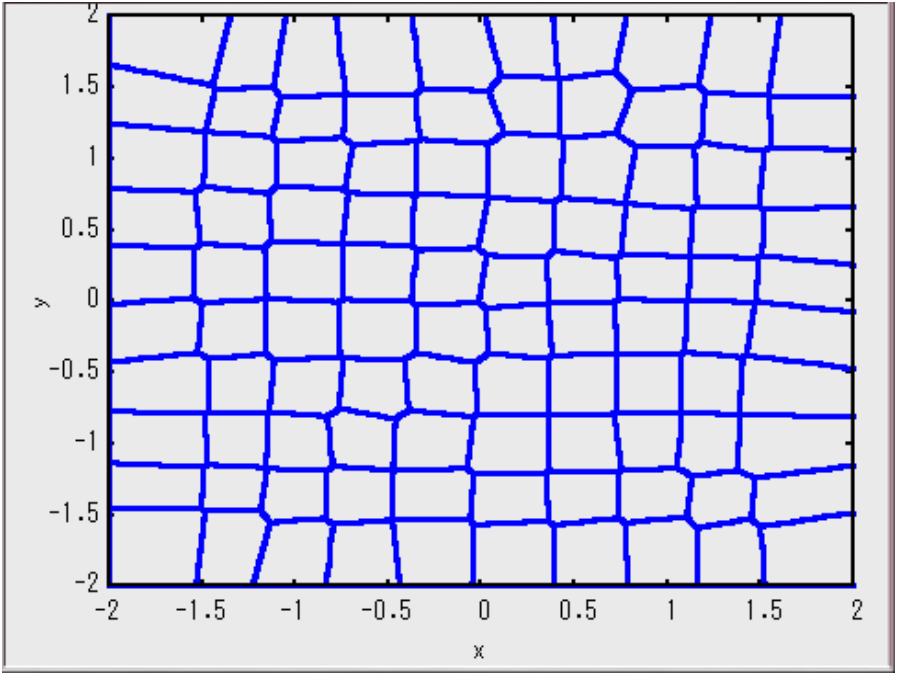
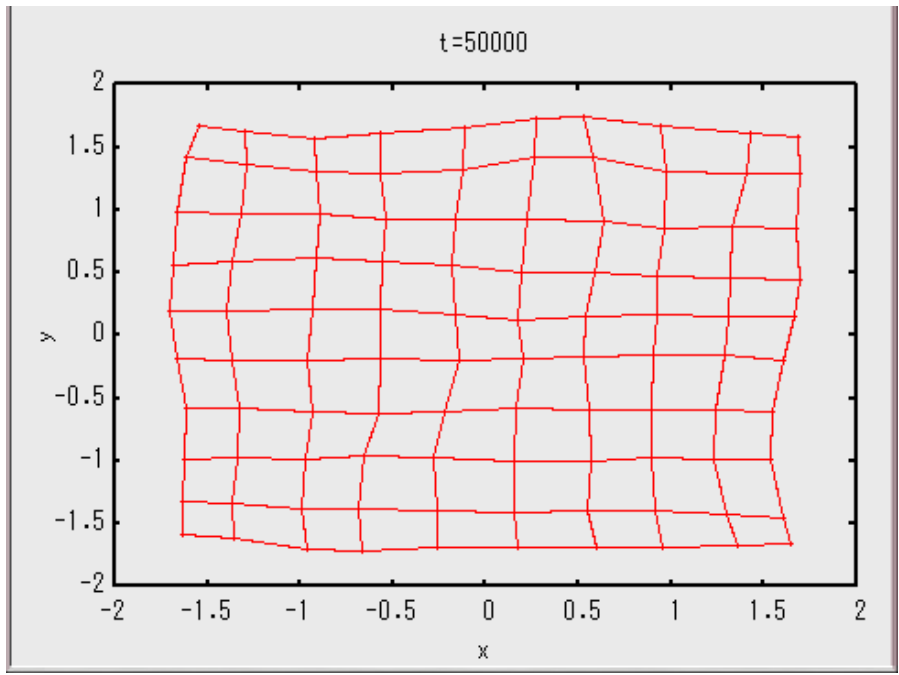


左：入力信号の例（一様分布），右：各素子をもつ参照ベクトルの初期値

學習過程



学習後の参照ベクトルとボロノイ図



課題2

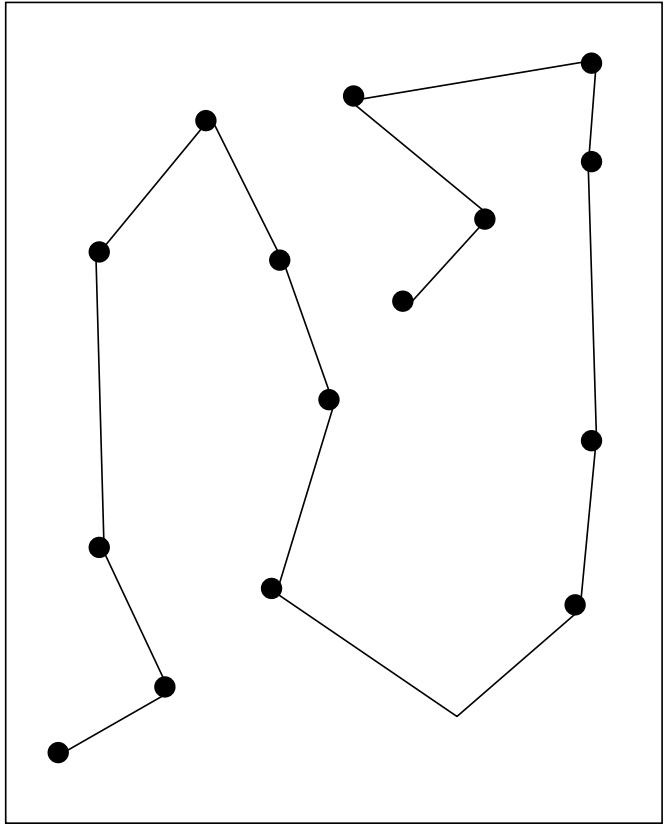
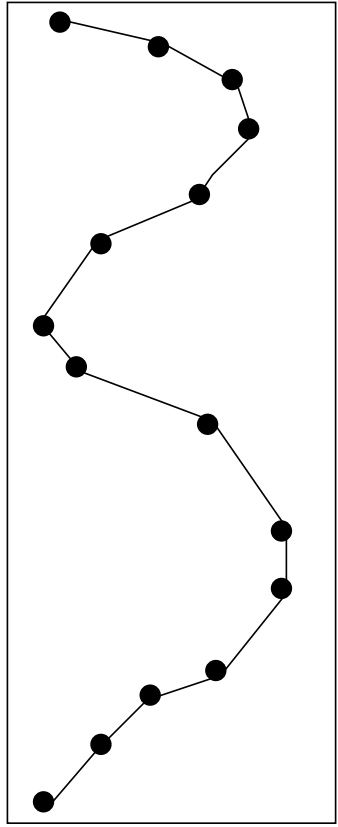
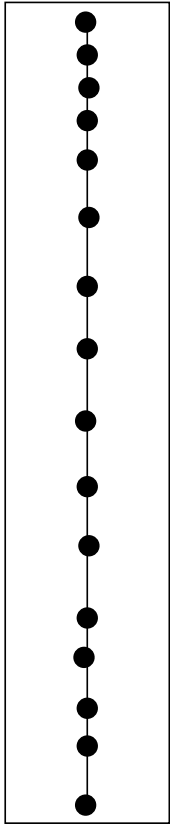
- 目的：自己組織が行われる様子を味わう
- 具体的内容：自由．例えば
 - － 入力信号の分布（形や密度）をいろいろ変えて試す
 - － SOM の次元を変える
 - － 拡大率を調べてみる．1次元 SOM なら理論と合っているどうか調べる
 - － 学習の途中で，いくつかの素子（例えば半分）を消去してみる
 - － 何か自分の研究で使っているデータがあれば，入力してみる
- 提出物：プログラムとレポート：脳の働きがこのモデルでどのくらいイメージできたか

今日の概要

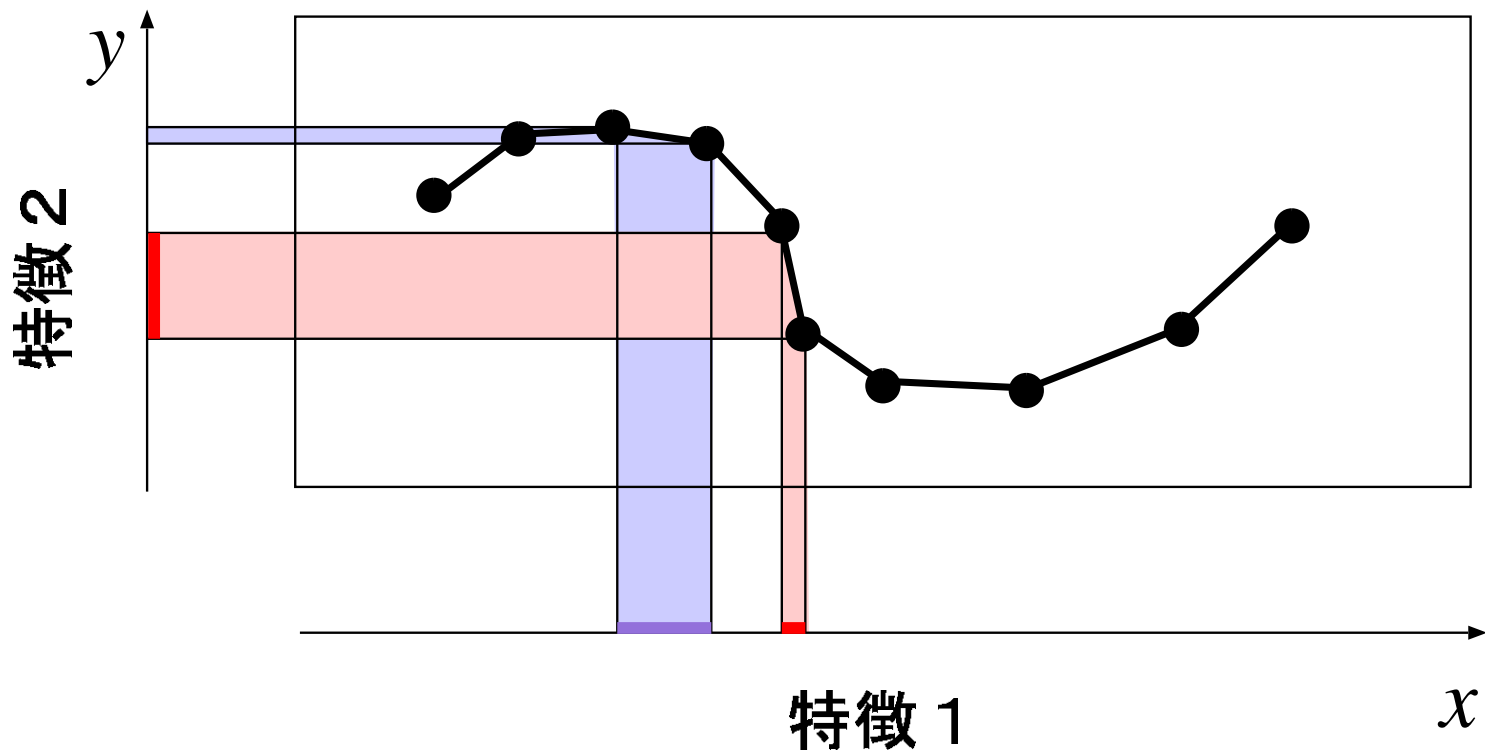
- トポグラフィックマップ
- Hebb 側と条件反射
- Kohonen の自己組織化マップ (SOM)
- 高次元信号空間におけるマップのうねり
- マップの拡大率
- ニューラルガス
- 主成分分析と SOM

信号空間の形とマップ (参照ベクトル) のうねり方

信号空間： 2次元 神経場： 1次元



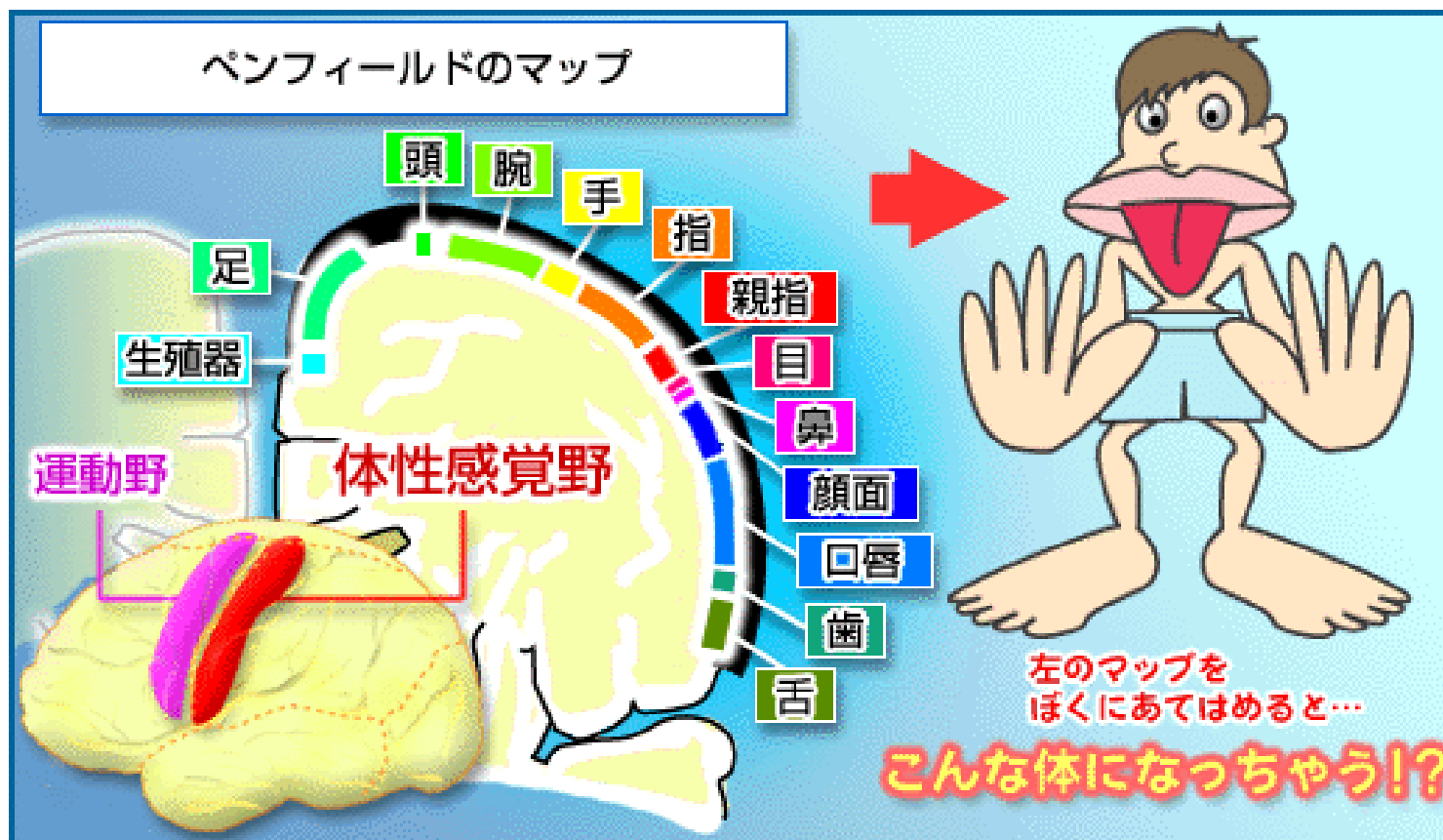
マップのうねりと特徴の相補的な変化



今日の概要

- トポグラフィックマップ
- Hebb 側と条件反射
- Kohonen の自己組織化マップ (SOM)
- 高次元信号空間におけるマップのうねり
- **マップの拡大率**
- ニューラルガス
- 主成分分析と SOM

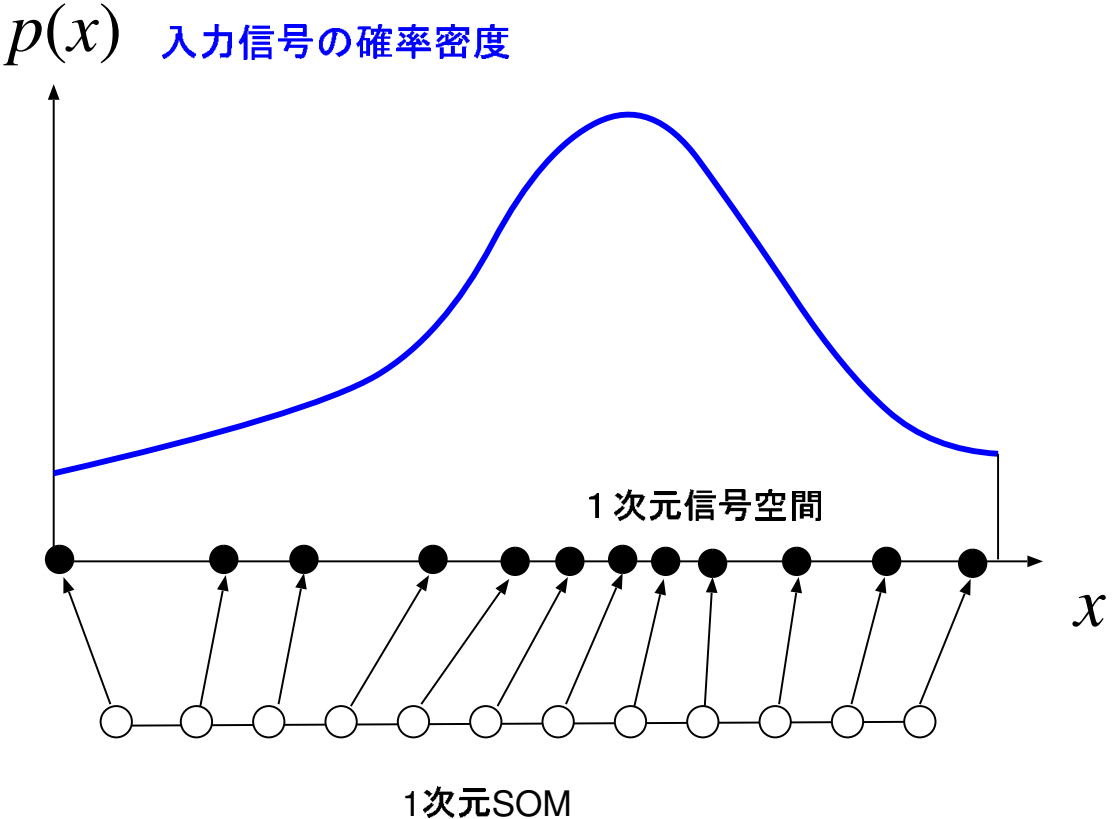
- 拡大率： 体性感覚野のマップ



日本学術会議 おもしろ情報館
<http://www.scj.go.jp/omoshiro/>

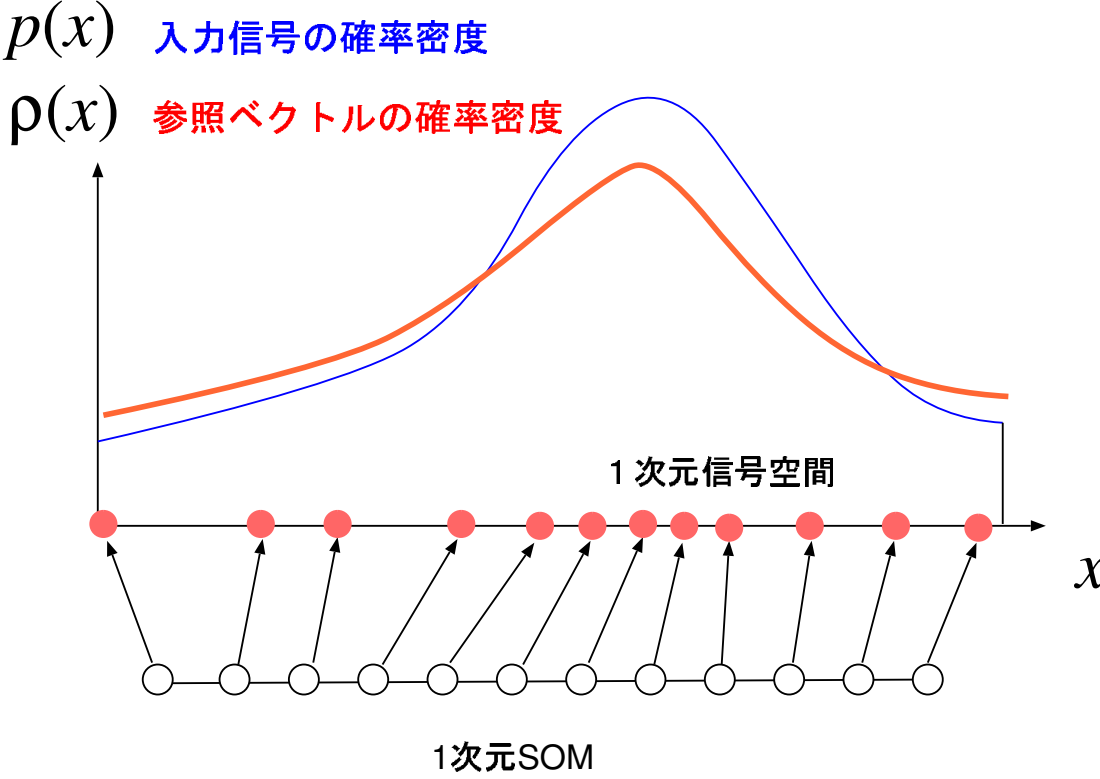
入力信号の分布と参照ベクトルの分布

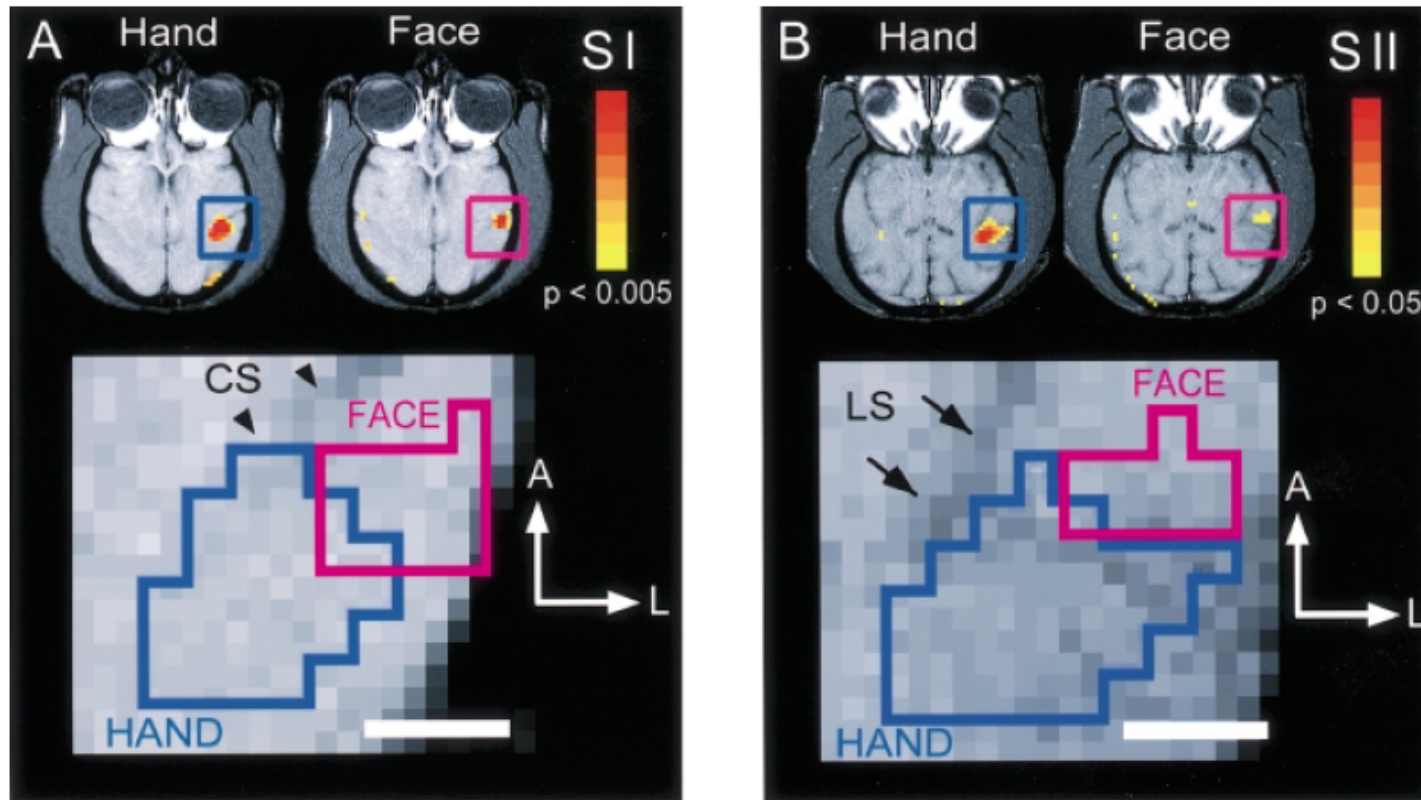
信号空間：1次元 神経場：1次元



入力信号の分布と参照ベクトルの分布

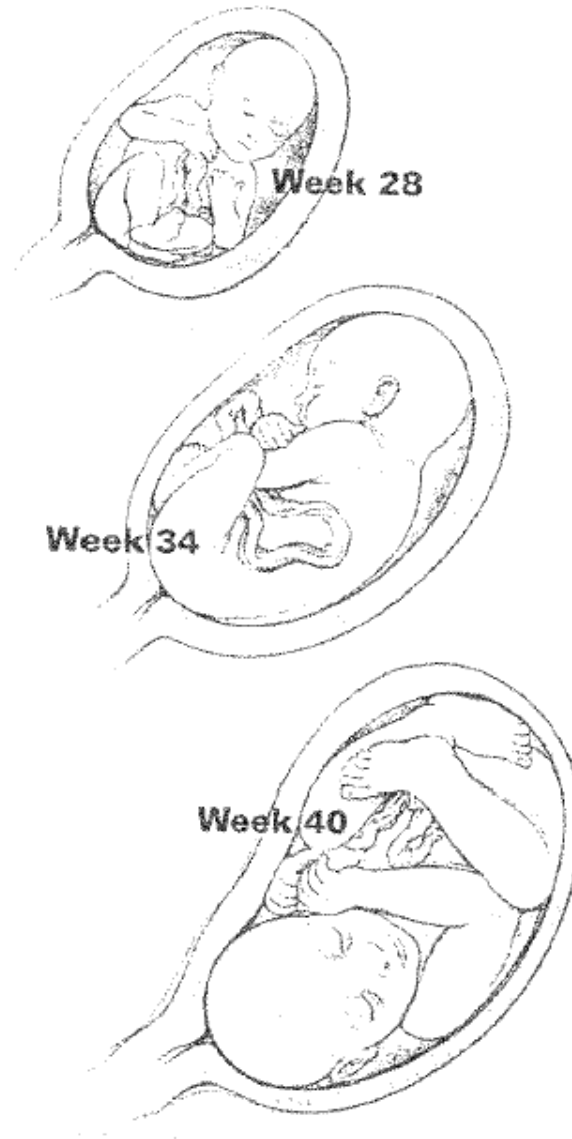
信号空間：1次元 神経場：1次元





Hayashi et al. (1999)

- 仮説 Farah (1998)



- SOM による自己組織 Ritter & Schulten (1986)

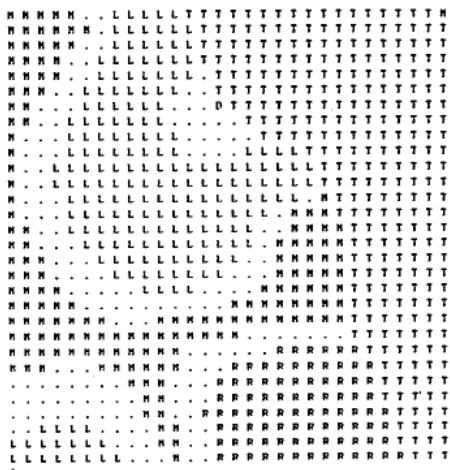
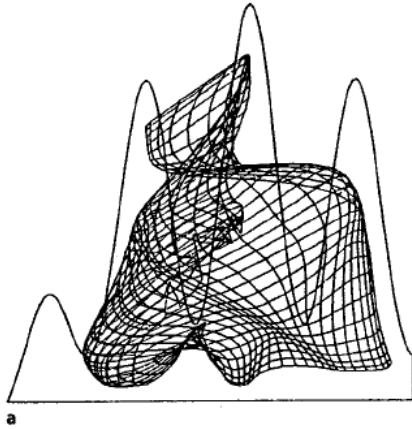


Fig. 4. a As Fig. 3a but after 400 iterations. b Corresponding to the

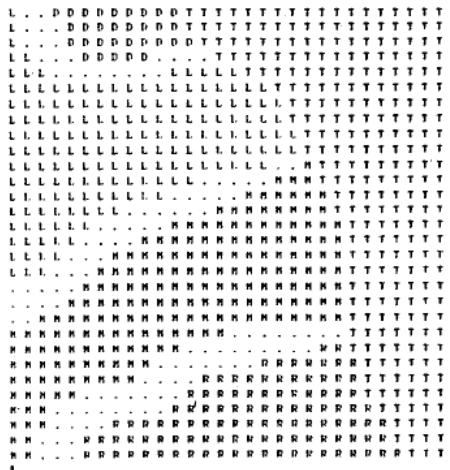
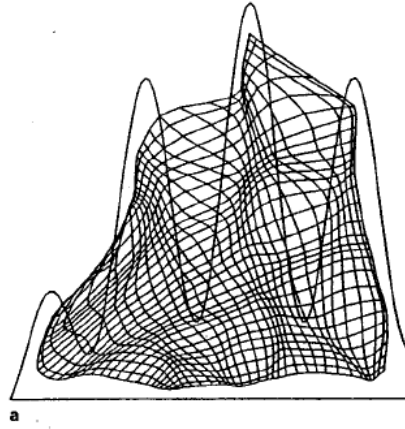


Fig. 5. a As Fig. 4a but after 3000 iterations. b As Fig. 4b but

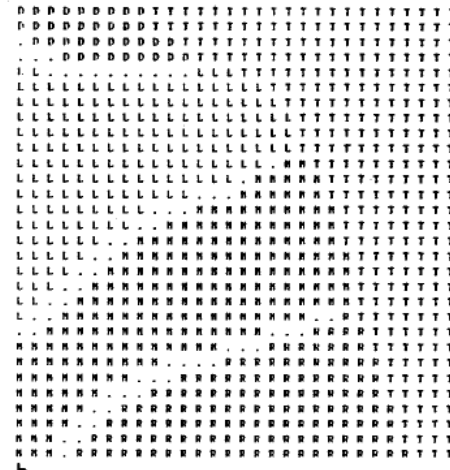
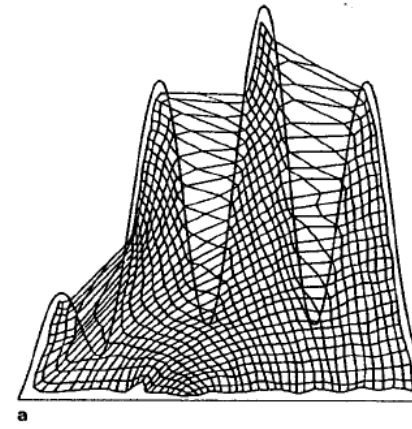


Fig. 6. a As Fig. 4a but after 20000 iterations. b As Fig. 4b but

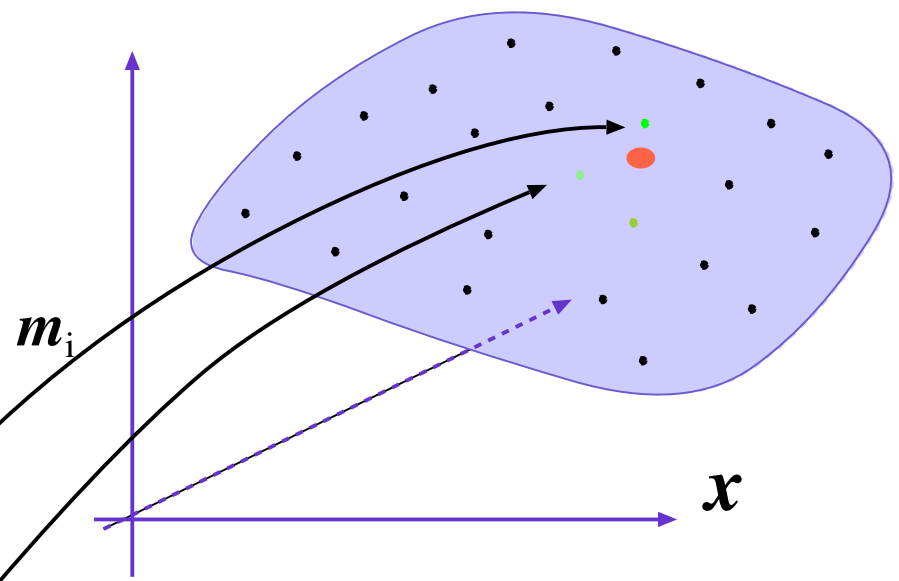
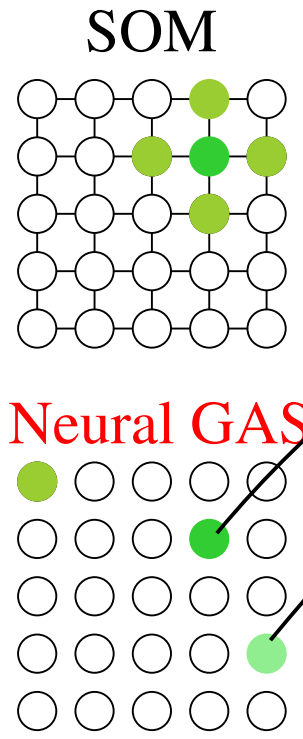
今日の概要

- トポグラフィックマップ
- Hebb 側と条件反射
- Kohonen の自己組織化マップ (SOM)
- 高次元信号空間におけるマップのうねり
- マップの拡大率
- ニューラルガス
- 主成分分析と SOM

ニューラルガス

neural field

Input Space



- x input signal
- m_i reference vector of the i -th unit

ニューラルガスの学習アルゴリズム：順位学習

- 1) 参照ベクトル m_1, m_2, \dots の初期化
- 2) 入力信号 x を選ぶ
- 3) 勝者 c を計算

$$c = \underset{i}{\operatorname{argmin}} \|x - m_i\|$$

- 4) 参照ベクトル m_1, m_2, \dots の学習

$$\Delta m_i = \alpha(x - m_i)h_{ci}$$

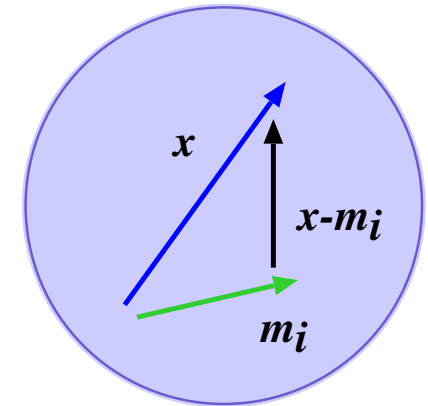
$$h_{ci} = R^s$$

$s \dots i$ 番目の素子の順位

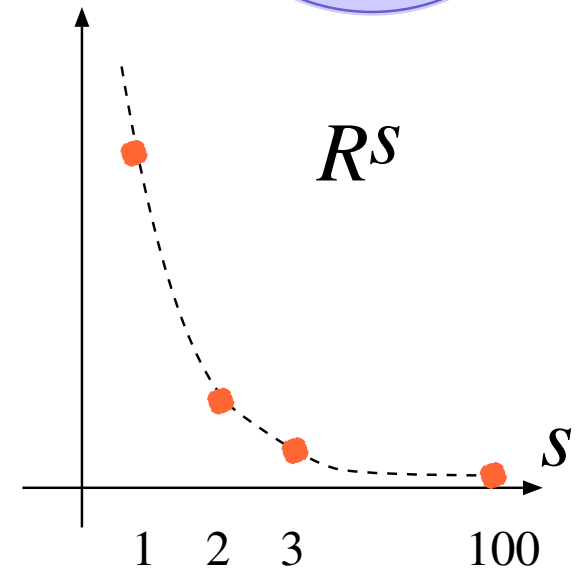
$0 < \alpha, R < 1$

$\alpha \dots$ 学習の強さを表す定数

- 5) 2) に戻って繰り返す.



(4)



(5)

(6)

SOM とニューラルガス

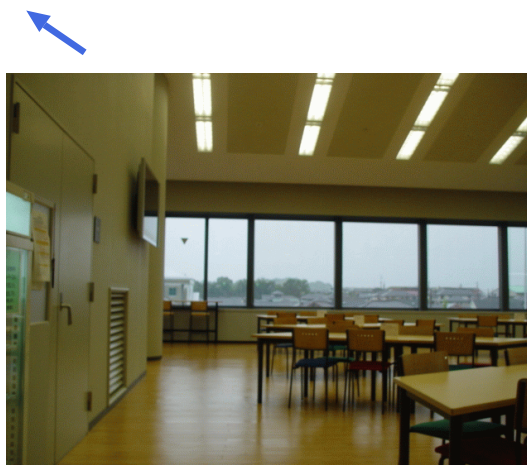
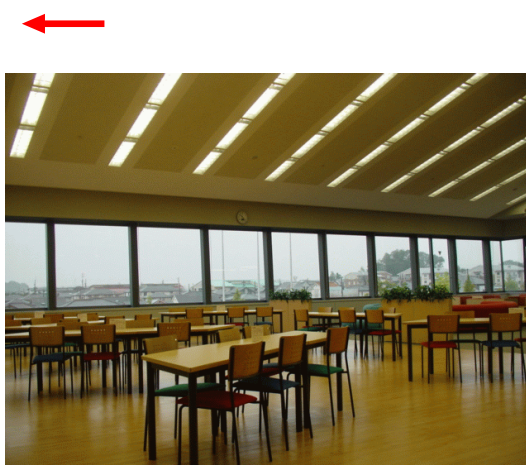
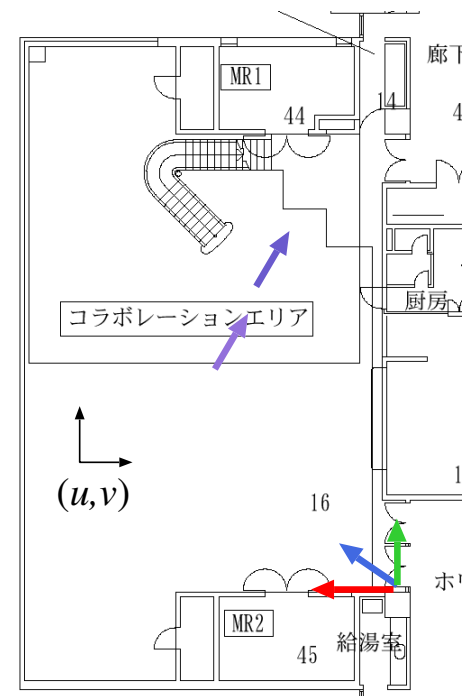
- SOM

- － 長所： 1つの入力で多くの素子が同時に学習する → 学習が効果的に進む
- － 長所： 入力信号空間の構造がすっきりとわかるときがある
- － 欠点： 低次元空間へ無理やり落とす → 学習結果に悪影響をおよぼす
(入力信号空間の次元は前もってわからない場合が多い)

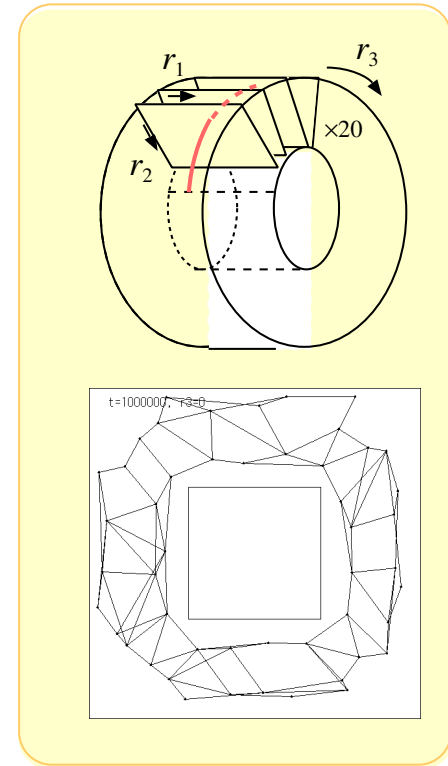
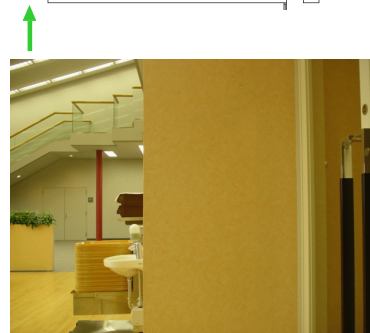
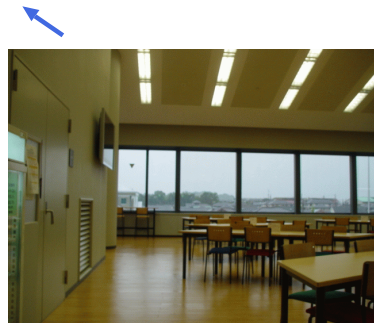
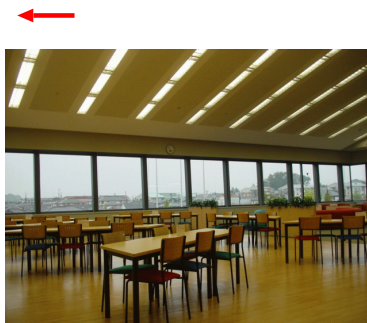
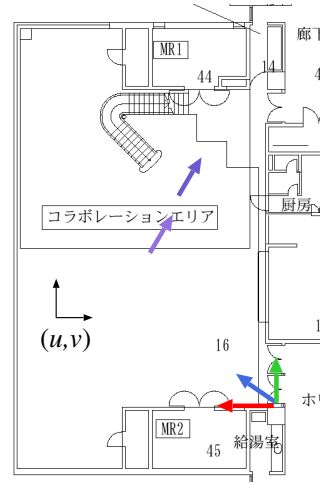
- ニューラルガス

- － 長所： 入力空間の構造がわかっていないときに有効
- － 欠点： 入力信号空間の構造がわかるわけではない

Observe: $I(u, v, \theta) \rightarrow$ Estimate: $(\hat{u}, \hat{v}, \hat{\theta})$



Observe: $I(u, v, \theta) \rightarrow$ Estimate: $(\hat{u}, \hat{v}, \hat{\theta})$



今日の概要

- トポグラフィックマップ
- Hebb 側と条件反射
- Kohonen の自己組織化マップ (SOM)
- 高次元信号空間におけるマップのうねり
- マップの拡大率
- ニューラルガス
- 主成分分析と SOM

SOM と PCA (主成分分析)

- 例
 - 100次元のデータが1000個あるとする
 - 1000個の点が100次元空間内のある2次元平面内にほぼ沿って分布
- 主成分分析 (PCA)
 - 長所： 個々の100次元データを2つの実数(2次元)で要約し表現
 - 長所： ある基準に基づき，計算結果が一意に決まる
 - 有効： 入力信号空間が直線や超曲面，またはそれに近い場合

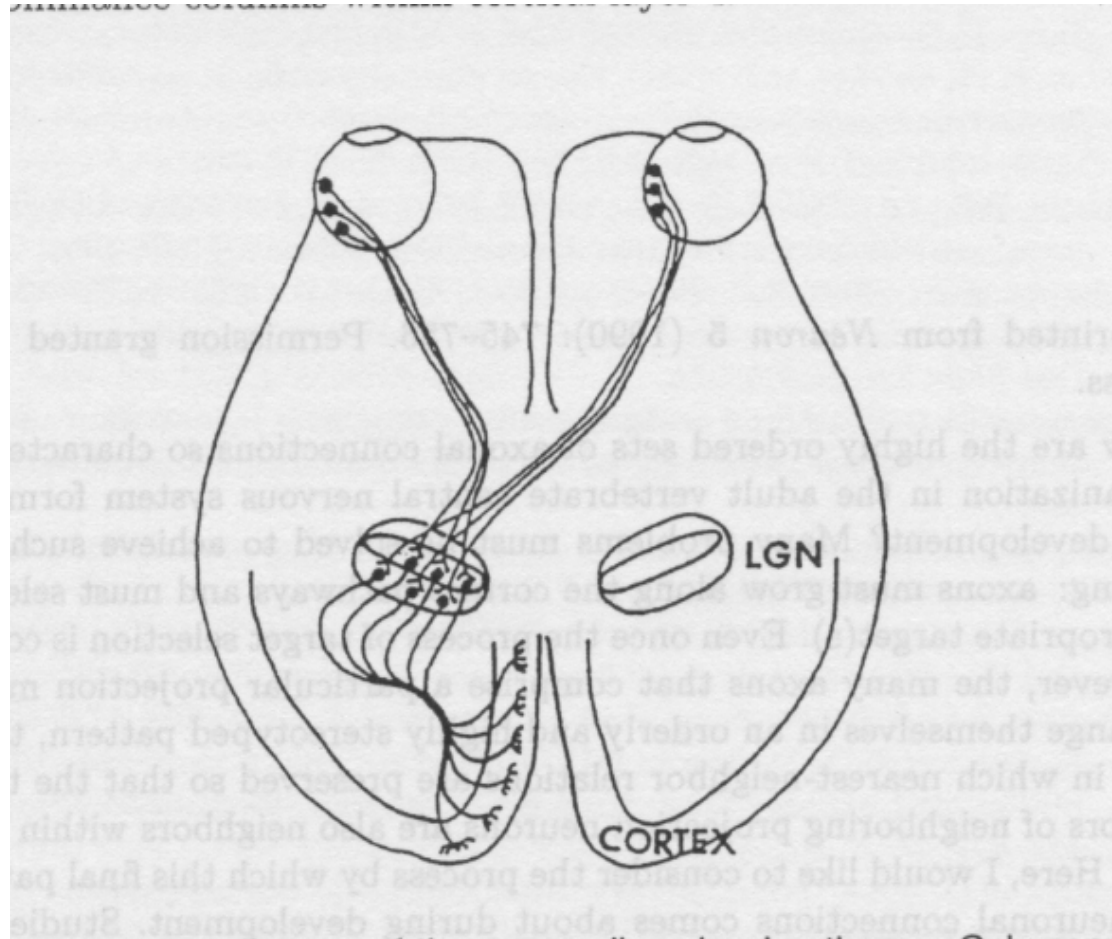
SOM と ICA (独立成分分析)

PCA (主成分分析) と ICA

- 関係がある。

(講義中, ここでプロジェクターが熱でダウン)

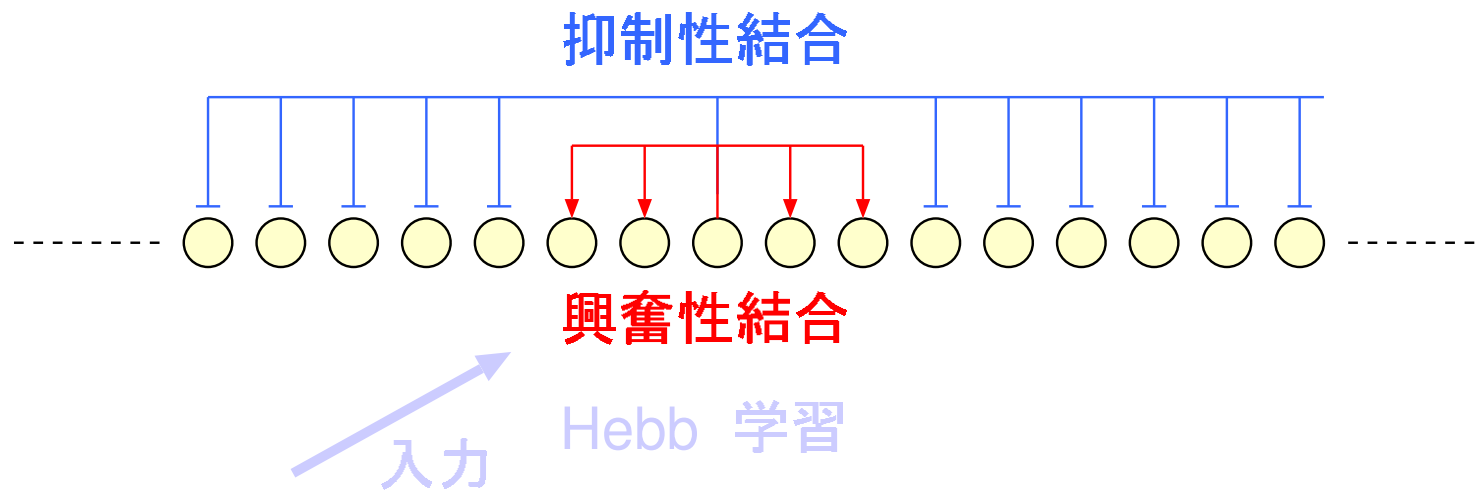
トポグラフィックマップ



生理学的説明

1つの入力に対し1つの勝者が選ばれて近傍学習が起きるという仮定

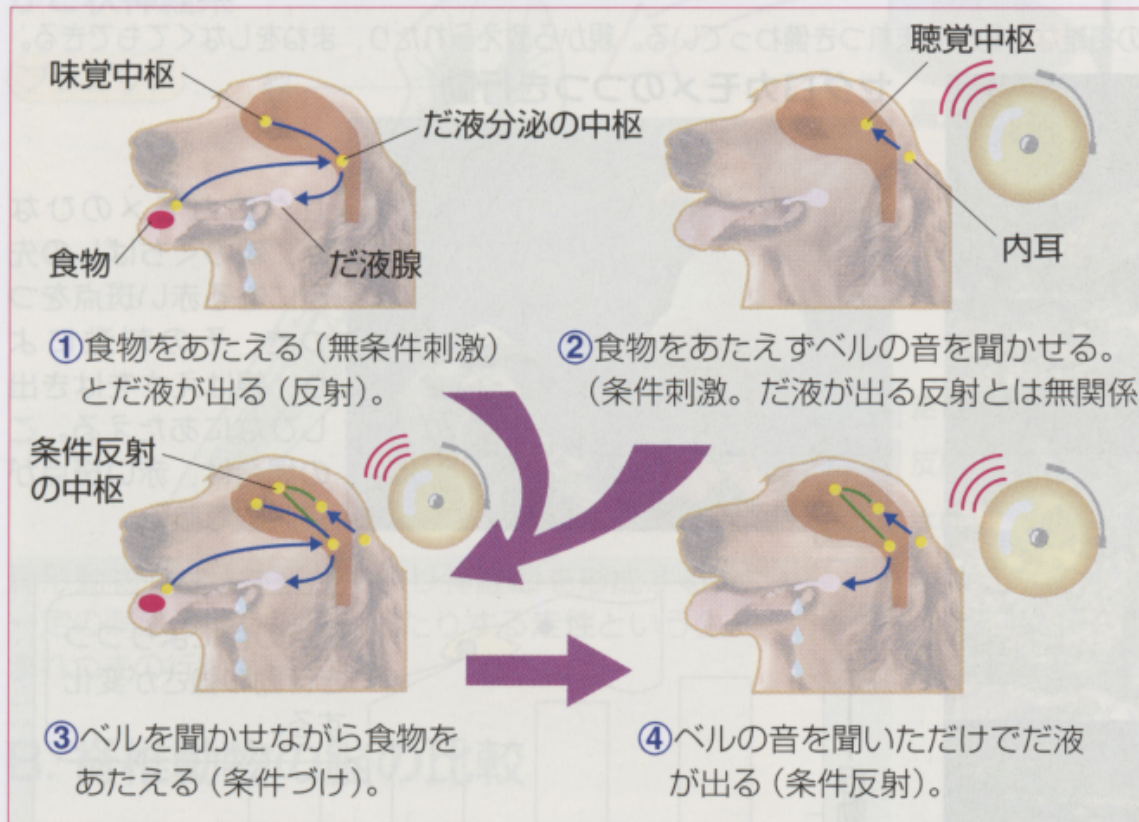
1. ある程度離れた2つの細胞は競合により同時に興奮することができない
2. 近くの細胞は協調によって同時に興奮しようとする



メキシカンハット型結合パターン

Hebb 則

C. 条件反射 無条件刺激と条件刺激を結びつける（条件づけ）ことで、条件刺激だけで反射を起こす反応。



Hebb 則

