神経回路網特論

第７回 連想記憶モデル その(2)

伊達 章

2005年5月26日

講義のテーマ

- **全体を通してのテーマ：**

  情報表現と計算

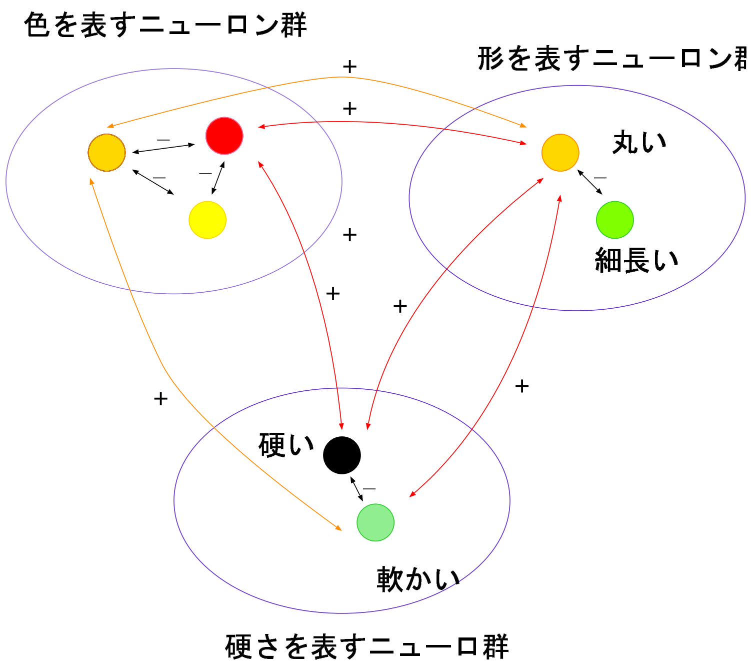
- **前２回のテーマ：**

  短期記憶の表現：ニューロンの反応選択性

  - **長期記憶の短期表現：スパース表現**

  連想記憶モデル

  - **想起のダイナミックス**



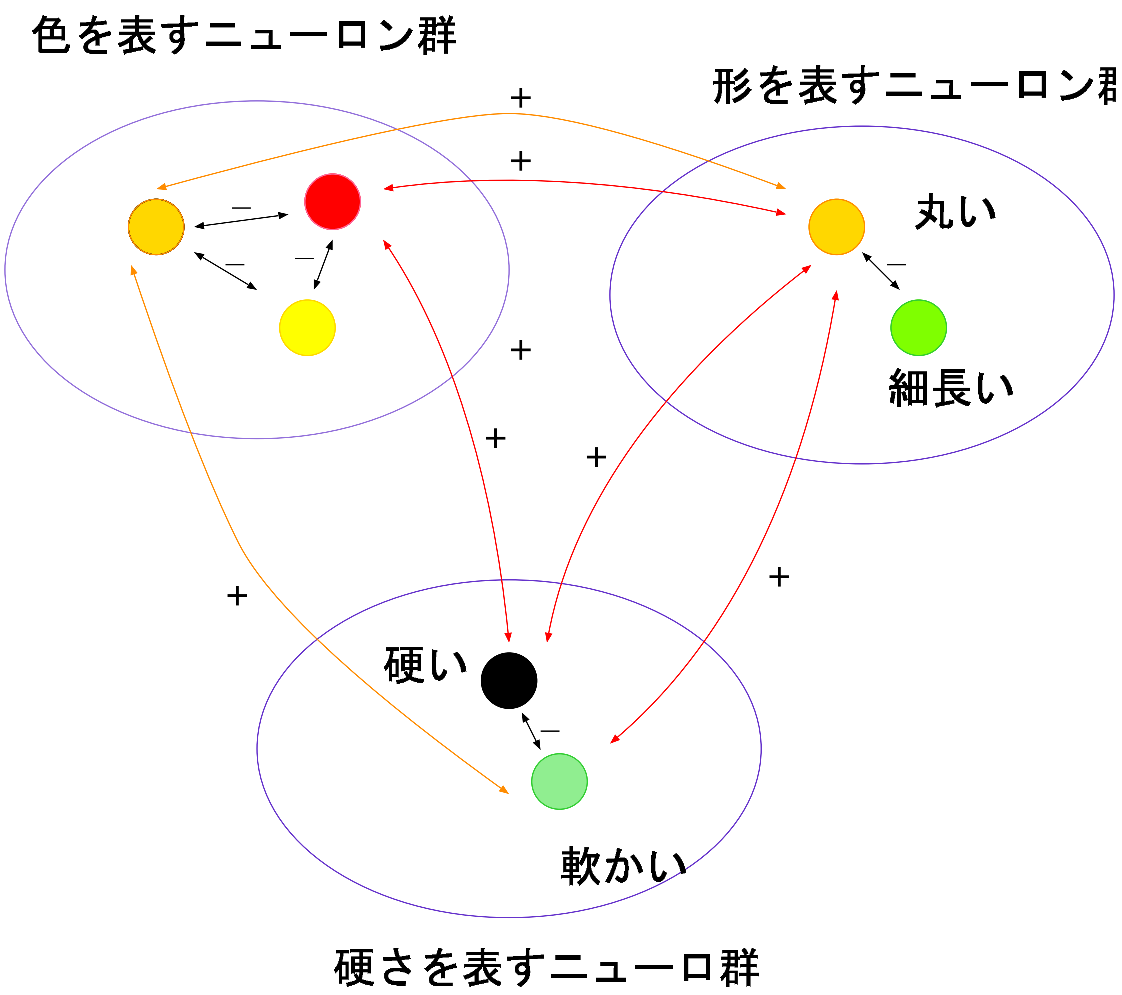
講義のテーマ

- 全体を通してのテーマ
  - 情報表現と計算

- 今回のテーマ： 記憶の数理モデル
  - 連想記憶モデルとは
  - 夢の役割： にせ記憶 → 逆学習によりなくす
  - いくつかの複数の事項を同時に短期記憶するモデル：振動子モデル

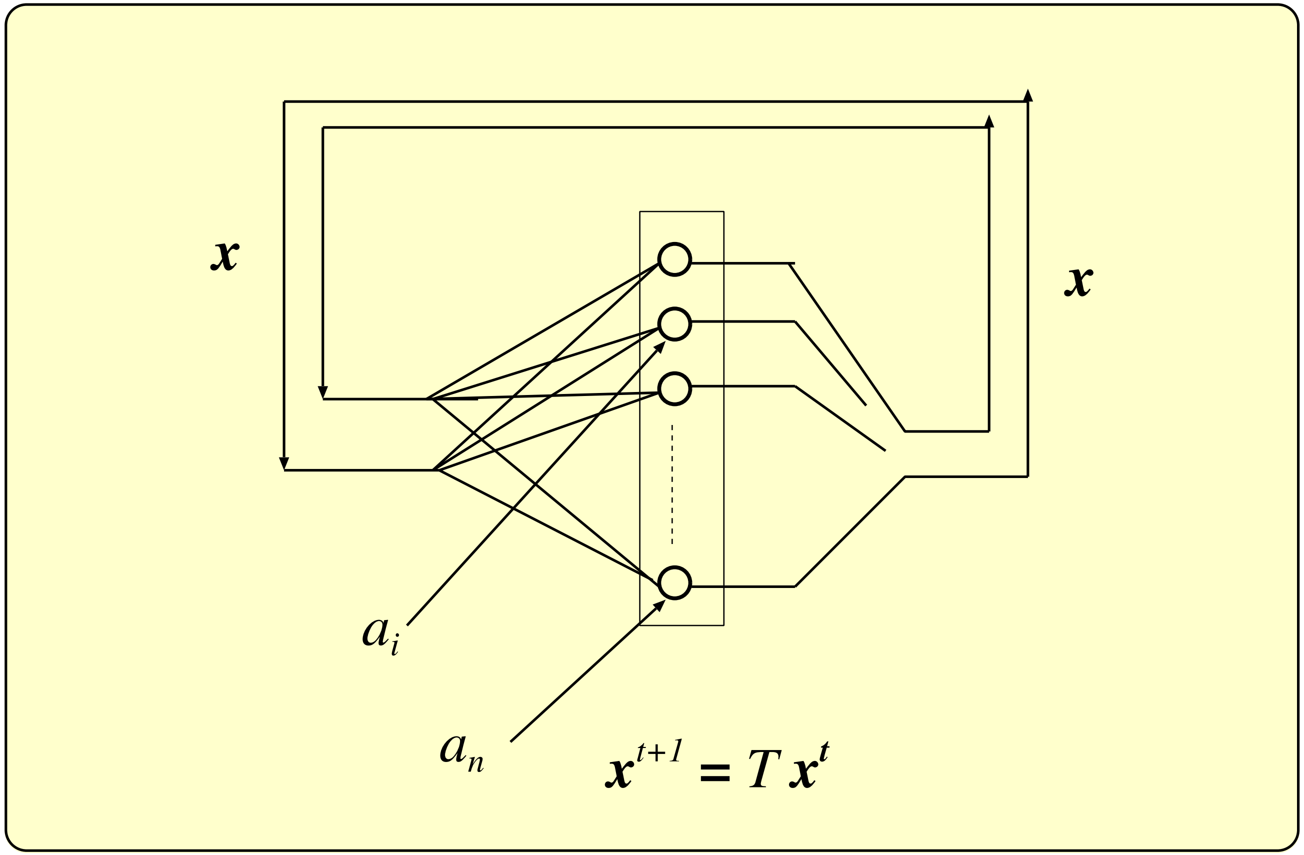
概要

- 復習： 連想記憶モデルとは
  - 多重分散表現
  - 記憶容量
  - 想起のダイナミックス



リンゴ，バナナ，ミカンをおぼえたニューロン群

相互結合の神経回路モデル



状態の更新の仕方には，非同期型・同期型がある

連想記憶モデル：自己想起型

- $\hat{\boldsymbol{x}}^1 \to \boldsymbol{x}^1, \hat{\boldsymbol{x}}^2 \to \boldsymbol{x}^2, \cdots, \hat{\boldsymbol{x}}^k \to \boldsymbol{x}^k$ $\quad \bullet\, \boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^\beta = 0,\ \alpha \neq \beta,\ x_i \in \{-1, 1\}$

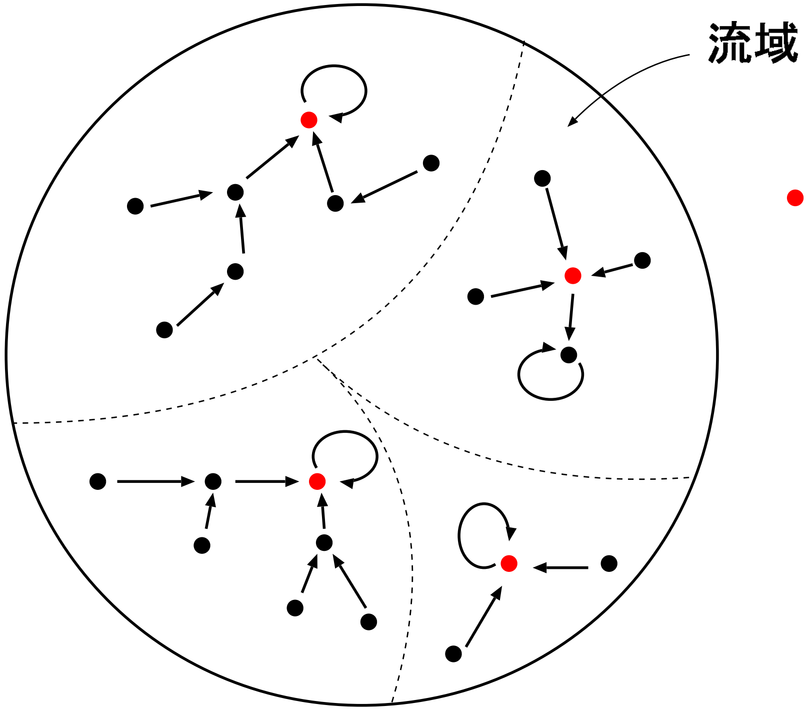
$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^\top = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 x_2 \cdots x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 x_1 & x_1 x_2 \cdots x_1 x_n \\ x_2 x_1 & x_2 x_2 \cdots x_2 x_n \\ & \cdots \\ x_n x_1 & x_n x_2 \cdots x_n x_n \end{bmatrix}$$

$$s_{ji} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{k} x_i^\alpha x_j^\alpha,\ \ S = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top}$$ **（ヘブ学習，相関学習）**

活動のダイナミックス： $\boldsymbol{x}' = \mathrm{sgn}(S\boldsymbol{x}^3)$

連想記憶モデル

$$\boldsymbol{x} \Rightarrow T_w \boldsymbol{x}$$



● 記憶パターン

$$\boldsymbol{x}^{\mu} = T_w \boldsymbol{x}^{\mu}$$

$\mu = 1,2,\ldots,m$

m 記憶パターン数

結合係数

$$w_{ij} = k \Sigma \; x_i^{\mu} x_j^{\mu}$$

対称結合の回路でないと，静的には興奮パターンを保持できない

連想記憶モデル：自己想起型

- $\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^\beta = 0, \ \ \alpha \neq \beta$

$$\text{結合係数行列：} S = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top}$$

$$\text{活動のダイナミックス：} \boldsymbol{x}' = \mathrm{sgn}(S\boldsymbol{x}^3)$$

$$S\boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top}\boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha(\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^3) = \frac{1}{n}\boldsymbol{x}^3(\boldsymbol{x}^3 \cdot \boldsymbol{x}^3) = c\boldsymbol{x}^3$$

多重分散記憶がうまくいく仕掛け

- $\boldsymbol{x}^1, \cdots, \boldsymbol{x}^k$ が互いに直交

$$S\boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top} \boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha (\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^3) = \frac{1}{n}\boldsymbol{x}^3(\boldsymbol{x}^3 \cdot \boldsymbol{x}^3) = c\boldsymbol{x}^3$$

- 出力関数 $f(u)$ の強い非線型性

$$\boldsymbol{x}' = \mathrm{sgn}(S\boldsymbol{x}^3) = \mathrm{sgn}(c\boldsymbol{x}^3) = \boldsymbol{x}^3$$

連想記憶モデルの問題

- 多重（k 重）表現 → 相互干渉 → 記憶容量（k_{max}）

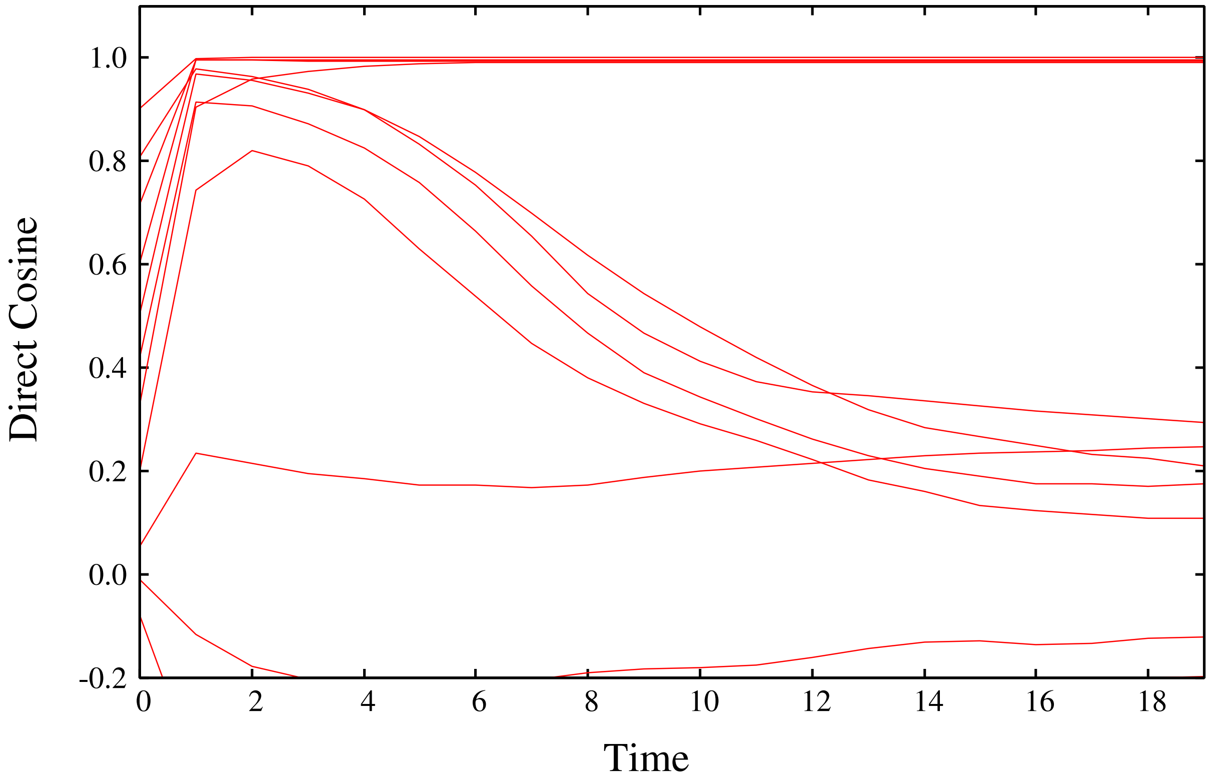
$$\text{結合係数行列：} S = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^{\alpha} \boldsymbol{x}^{\alpha \top}$$

記憶容量は $0.14n$ くらい

- 想起過程のダイナミックス

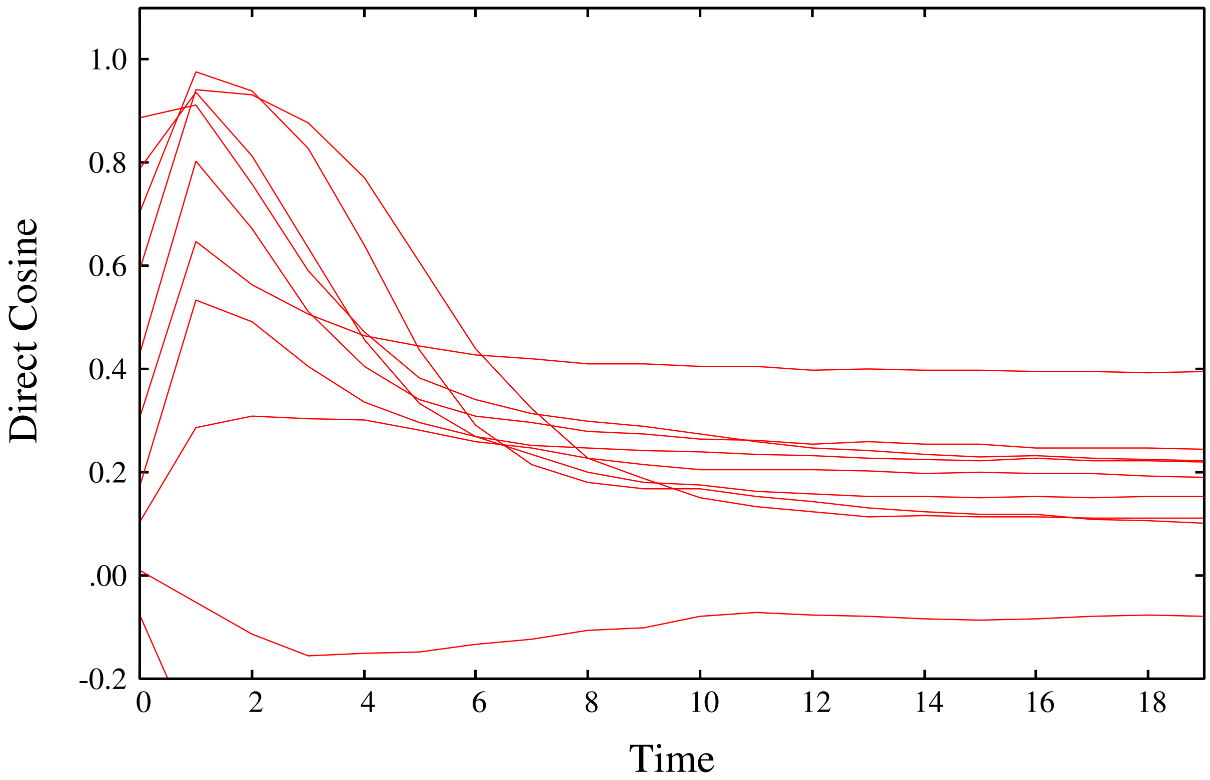
- 分散表現 → どう符合化するか → （簡単な問題ではない．来週）

想起過程のダイナミックス



想起に失敗する場合でも一度は記憶パターンに近づく

想起過程のダイナミックス



記憶パターンを埋め込みすぎた例

連想記憶モデルのポテンシャル関数

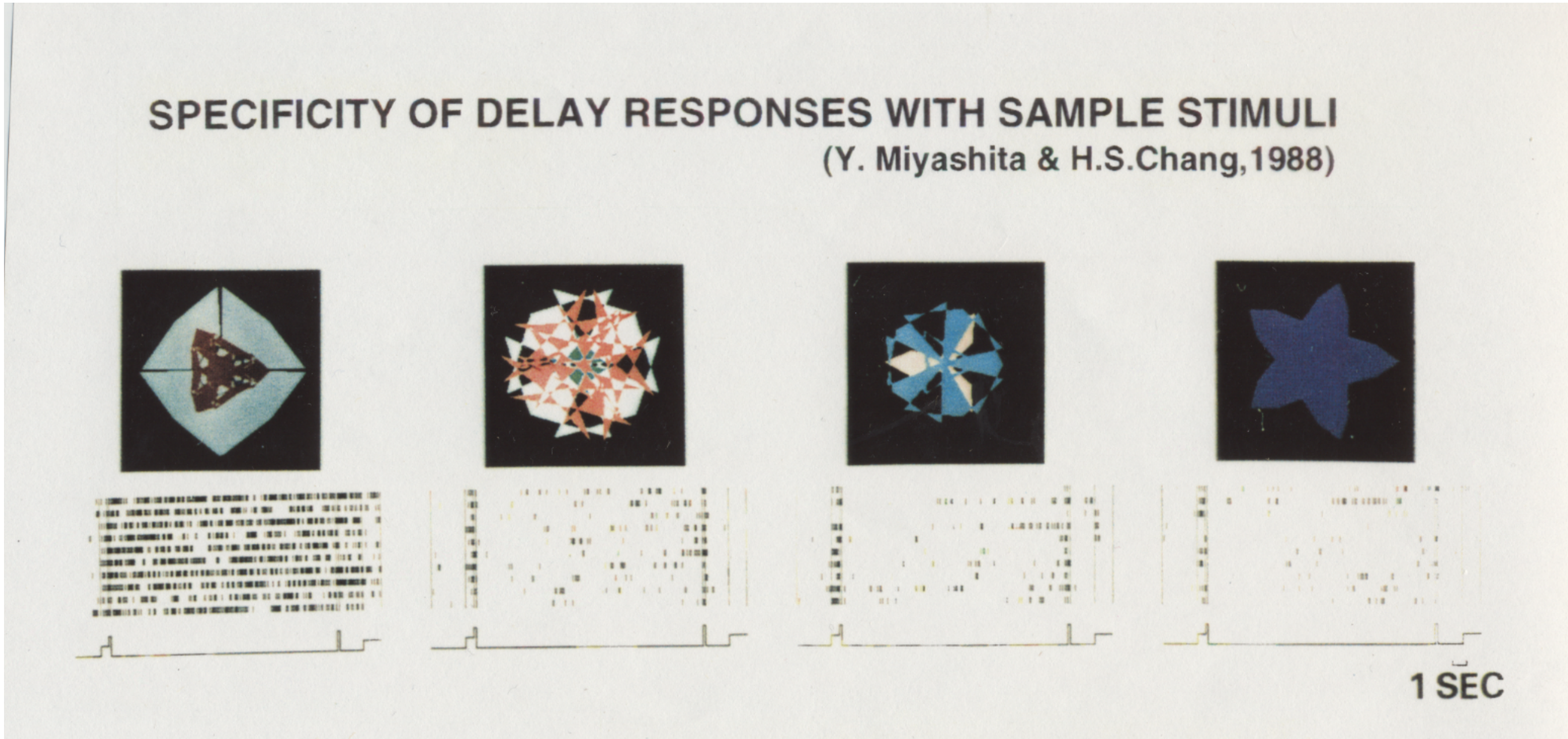
- この関数の値が単調減少する

$$E(\boldsymbol{x}) \quad -\frac{1}{2}\sum_{i,j} w_{ij}x_ix_j$$

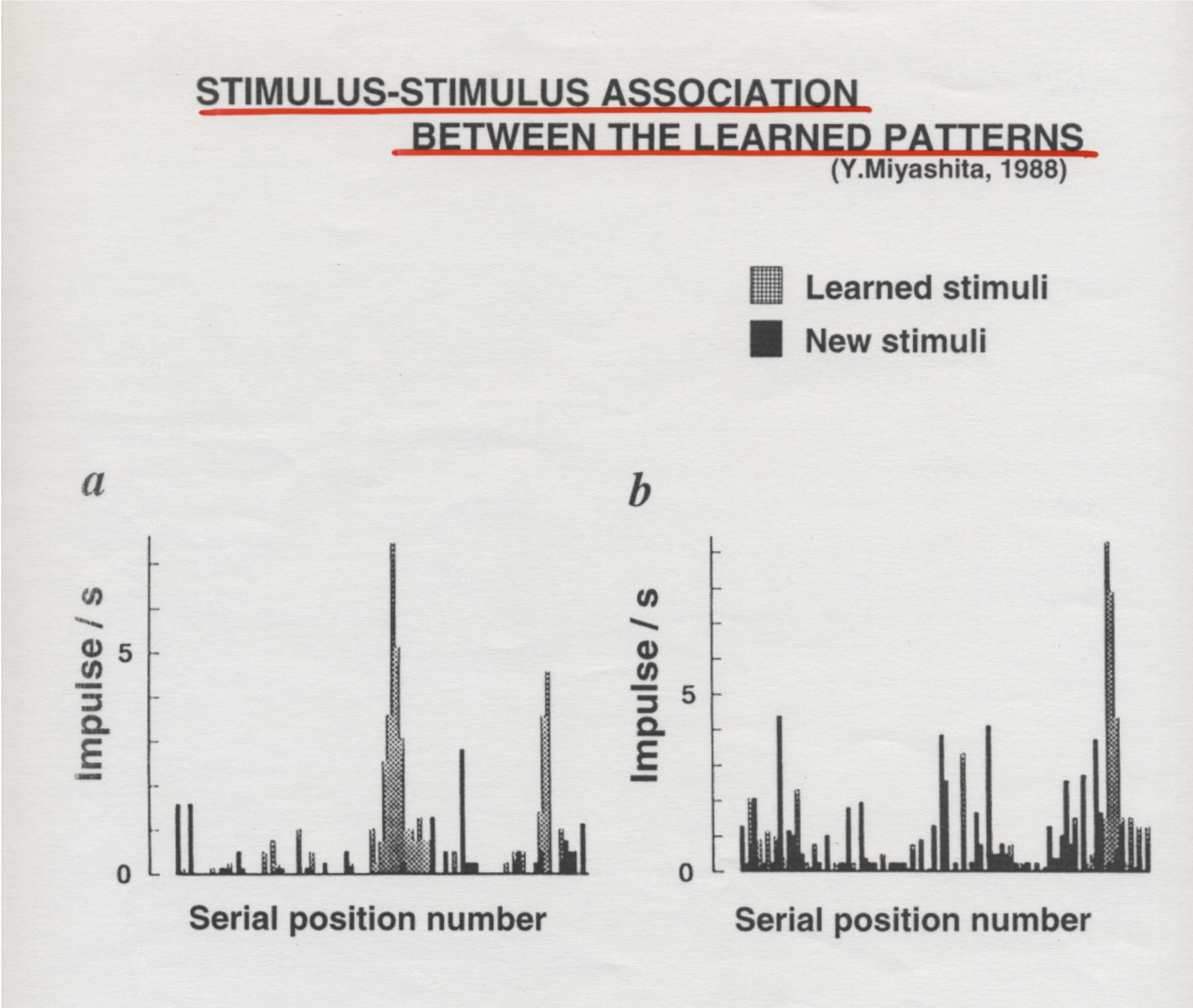
サルを使った実験との関係

- 長期記憶の短期表現
  - 数理モデル： 多数のニューロンによる発火（分散）パターンを記憶
  - サルの実験：一つのニューロンの１００枚の図形に対する反応
- 複数の事項を短期記憶する過程

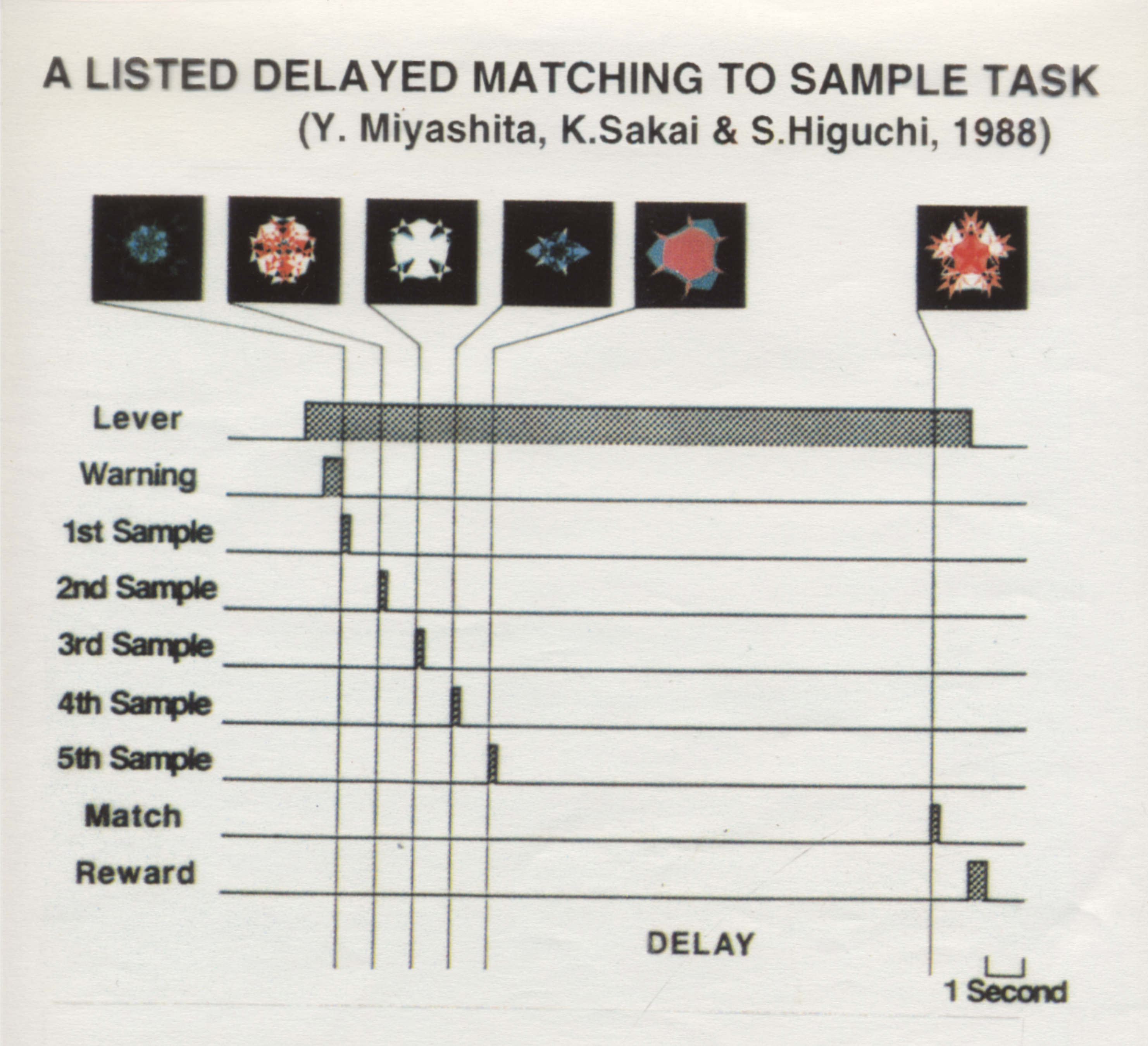
ニューロンの反応選択性



※１個のニューロンの４枚の図形に対する反応選択性の例



※200枚の図形に対するニューロンの選択性：２例


A LISTED DELAYED MATCHING TO SAMPLE TASK
(Y. Miyashita, K.Sakai & S.Higuchi, 1988)
Lever
Warning
1st Sample
2nd Sample
3rd Sample
4th Sample
5th Sample
Match
Reward
DELAY
1 Second

論文紹介

- 夢の効用：Hopfield et al. (1983)
- 複数の事項を短期記憶する過程：Wang et al (1990)

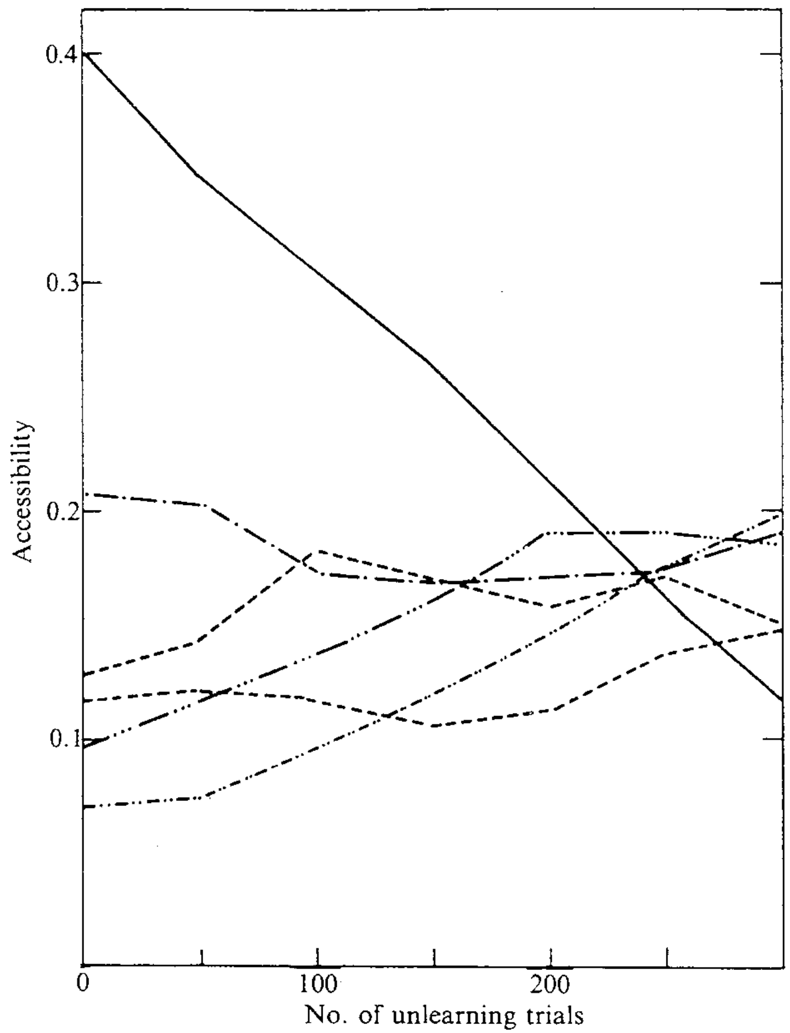


Fig. 1 The fraction of random starting states which leads to particle memories (accessibility). The five dashed lines are the five nominal memories. The solid line is the total accessibility of all spurious memories. In these trials ε was set at 0.01.

図１の説明

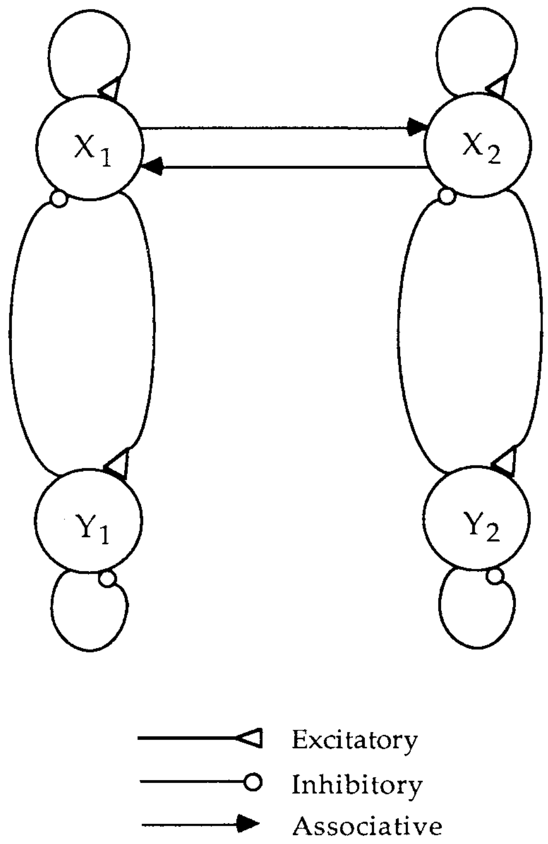
- ニューロン数 $n = 32$
- 記憶パターンの数 $k = 5$
- 横軸： 時間
- 縦軸： Accessibility とは
  - ランダムな初期状態からはじめ，どの安定状態にたどり着くか
  - 縦軸の値を合計すると 1
  - 実線は「ニセ記憶」にたどり着いた割合
  - 点線は各「記憶パターン」にたどり着いた割合

Memory 1	+ + + + − − − −	+ + − + − + − −
Memory 2	+ + + + − − − −	− − + − + − + +
Memory 3	+ + − − + + − −	+ − − + + − − +
Spurious memory	+ + + + − − − −	+ − − + + − − +

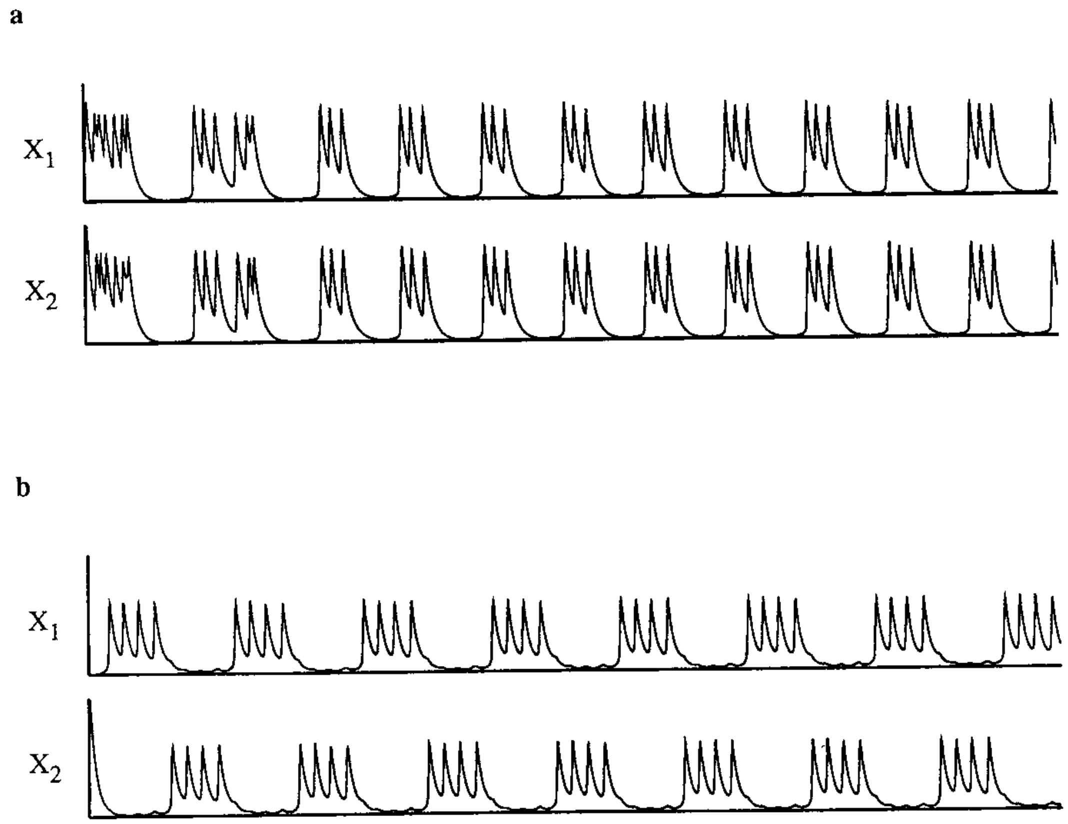
にせ記憶

論文紹介

- 夢の効用：Hopfield et al.（1983)
- 複数の事項を短期記憶する過程：Wang et al (1990)



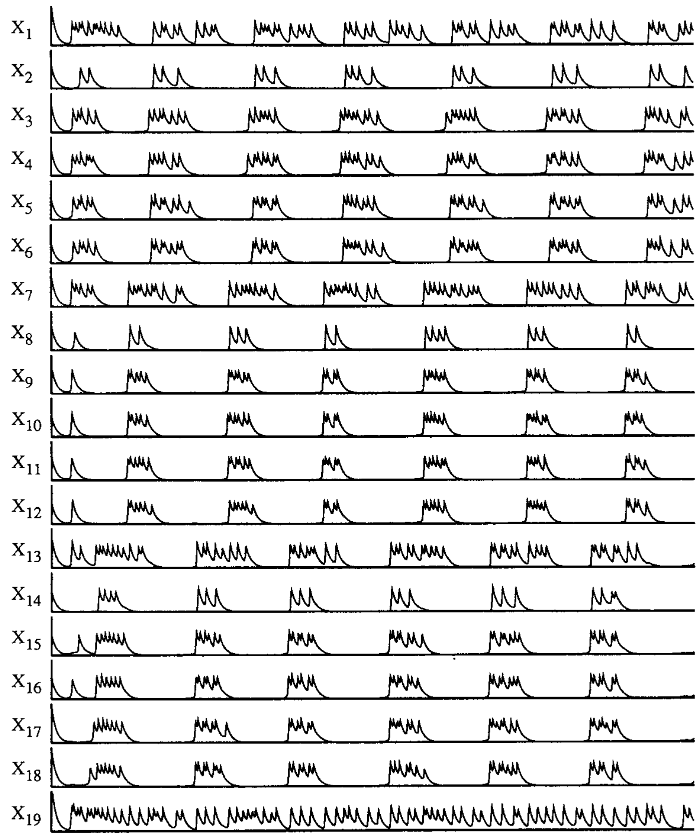
結合振動子



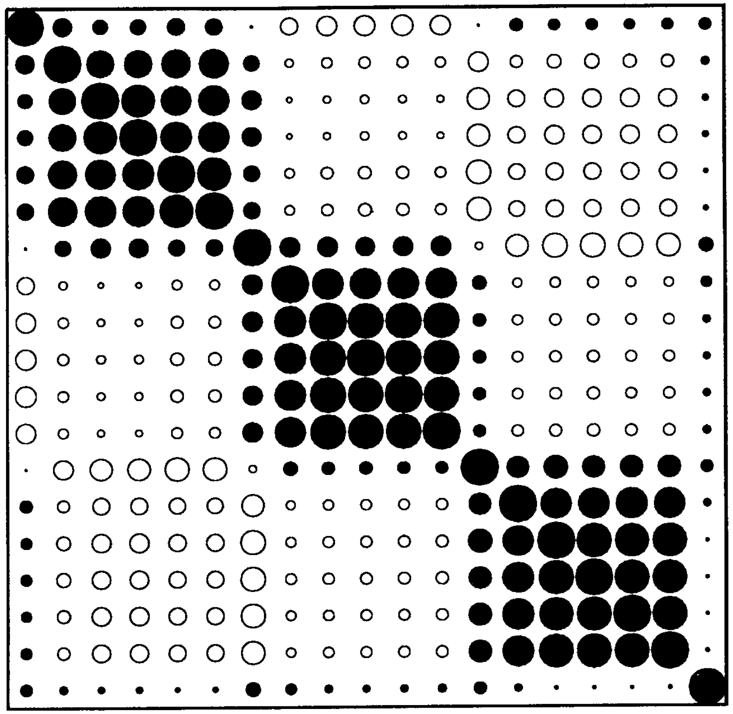
振動子による同期・非同期発火パターンの例

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\xi}^1 &= (1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,\ldots,0)\\
\boldsymbol{\xi}^2 &= (0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,1,0,\ldots,0)\\
\boldsymbol{\xi}^3 &= (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,\ldots,0) \qquad (3.2
\end{aligned}
$$

記憶させたパターン（８個のうちの３個）



同時に３つのパターンを想起している状態（19/50個の素子を表示）



各素子間の発火の相関（19/50個の素子を表示．●が正の相関）

記憶の問題

1) **長期記憶のデータ構造**
・いろいろな概念の表現
・概念間の複雑な関係の表現

2) **エピソード記憶**
・個々の事項を時空間的に組み合わせ一つのストーリーとする
・脳の中の仮想的な時空間

3) **整理の仕方**：短期記憶として経験する事項をどう整理して長期記憶にしまうか
・不要な部分を捨て，必要な部分だけを抽出
・今までの記憶と適合する形で長期記憶を改変

これらについて気分が感じ取れるモデルは未だに無い