

課題 2: フーリエ級数  
(提出締切 11 月 8 日)

目的: いろいろな信号(関数)がフーリエ級数展開により表現できることを知る. 級数展開の項数を増やしていくと, 関数が精度よく表現できる様子確かめる.

1. 準備

- (a) 理論的な背景は教科書を参考のこと.
- (b) octave を使った方法については課題 2 の web ページを参考のこと.  
<http://www.cs.miyazaki-u.ac.jp/~date/lectures/2006am2/kadai/kadai2am2.html>

2. 課題:

- (a) いくつか簡単な関数について, そのフーリエ級数展開がどうなるか調べておく(教科書 p.70 および裏面参照, ほかの参考書の例を実行しても, もちろんよい).
- (b) フーリエ級数の, 項の数を増やすにしたがい, もとの関数を精度よく表現できることをグラフを描いて確認する.
- (c) 近似の精度のよさを測ってみる(慣れている C 言語を使う方がいいかもしれない). 近似の良さは, もとの関数と, フーリエ級数で作った関数がどのくらい類似しているか, 距離を計算すればよい. ヒント: 「関数をベクトルとして見る」
- (d) まだ細かい事まで講義で解説していないため, 疑問点, 理解できない点があくつもでてくる. それら(3つ程度以上)を箇条書きにしてレポートにまとめておく. 疑問点は何でもよいので, 自分が理解できない点を書く.
- (e) ほか, 気になったことがあれば自由に試してみる. (c) は時間がかかるようならしなくてよい.

3. 注意事項:

- (a) レポートの評価は, 提出したか(50%), レポートの体裁をなしているか(30%), 結論および考察の内容(20%)で判断します.
- (b) レポートの体裁をなしているとは, 「1. 何を調べようとしているのか(目的), 2. 得られた結果(図)とその説明, 3. 考察, が書かれている」ことです.
- (c) レポートは, 分かりやすく, 論理的に, 簡潔に書く. 1年前の自分が読んでも分かるように書くことを目標にすればよい. 簡潔とはいっても, 必要なことは必ず書く.
- (d) 他の講義や生活に差し支えがでるほど時間を費やす必要はありません. 3時間以上おこなってできなかった場合は, その状況をレポートに書いて提出してください.
- (e) 締め切り日が過ぎたとしても, あきらめずに提出を試みる.

問題 1.29  $-\pi < t < 0$  で  $f(t) = 1$ ,  $0 < t < \pi$  で  $f(t) = 0$  および  $f(t+2\pi) = f(t)$  で定義されるような関数  $f(t)$  のフーリエ級数を見出せ (図 1.6 参照).

答:  $\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)t}{2n-1}$ .

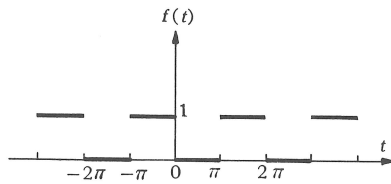


図 1.6 問題 1.29 の関数  $f(t)$

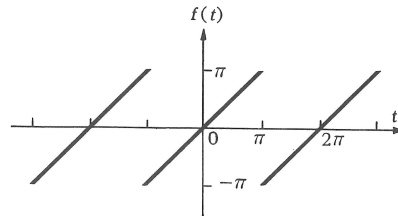


図 1.7 問題 1.30 の関数  $f(t)$

問題 1.30 区間  $(-\pi, \pi)$  で  $f(t) = t$  および  $f(t+2\pi) = f(t)$  で定義される関数  $f(t)$  のフーリエ級数を見出せ (図 1.7 参照).

答:  $2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin nt$ .

問題 1.31 区間  $(-\pi, \pi)$  で  $f(t) = t^2$  および  $f(t+2\pi) = f(t)$  で定義される関数  $f(t)$  のフーリエ級数を見出せ (図 1.8 参照).

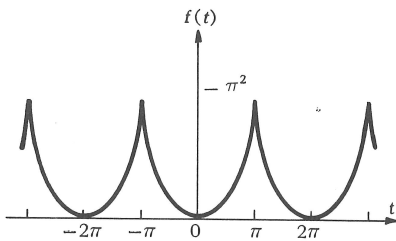


図 1.8 問題 1.31 の関数  $f(t)$

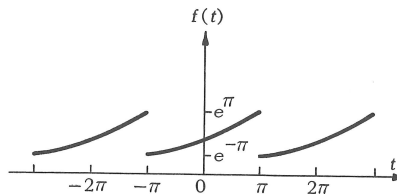


図 1.9 問題 1.32 の関数  $f(t)$

答:  $\frac{1}{3}\pi^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nt$ .

問題 1.32 区間  $(-\pi, \pi)$  で  $f(t) = e^t$  および  $f(t+2\pi) = f(t)$  で定義される関数  $f(t)$  のフーリエ級数を見出せ (図 1.9 参照).

答:  $\frac{2 \sinh \pi}{\pi} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n^2} (\cos nt - n \sin nt) \right]$ .

問題 1.33  $f(t) = |A \sin \omega_0 t|$  なる関数のフーリエ級数を見出せ (図 1.10 参照).

答:  $\frac{2A}{\pi} + \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-4n^2} \cos(2n\omega_0 t)$ .

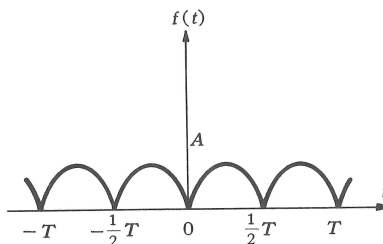


図 1.10 問題 1.33 の関数  $f(t)$