

2006年11月29日  
 応用数学2

名前： \_\_\_\_\_ 得点： \_\_\_\_\_

小テスト：解答例

【複素数値をもつベクトルの内積，複素数の掛け算】

A.  $f = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ j \\ j \\ j \end{bmatrix}$ ,  $g = \begin{bmatrix} j \\ j \\ j \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $h = \begin{bmatrix} j \\ j \\ j \\ 1 \\ 1 \\ j \end{bmatrix}$  のとき以下の内積，ノルムの2乗を計算せよ．

1.  $\langle f, g \rangle = -3j + 3j = 0$
2.  $\langle g, f \rangle = 0$
3.  $\|f\|^2 = \langle f, f \rangle = 1 + 1 + 1 + j(-j) + j(-j) + j(-j) = 6$
4.  $\|g\|^2 = 6$
5.  $\langle f, h \rangle = -j - j + 1 + j + j(-j) + j(-j) = 3 - j$

【解説】複素数の値をもつベクトルなので，内積をとる際には一方の複素共役をとる．

B. 複素フーリエ級数を構成する一つの項  $C_k e^{jkt}$  ( $j$  は虚数単位,  $-\pi < t < \pi$ ) は

$$C_k e^{jkt} = r e^{j(kt+\theta)} \quad (C_k \text{ は複素数, } r, \theta \text{ は実数})$$

と書ける (ヒント:  $C_k = r e^{j\theta}$  とおいてみる) .

1.  $C_k = \sqrt{3} + i$  のとき,  $r$  と  $\theta$  の値をそれぞれ求めよ .

$$r = \sqrt{1+3} = 2$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \implies \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

2.  $C_k = -1 + i$  のとき,  $r$  と  $\theta$  の値をそれぞれ求めよ .

$$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\tan \theta = -1 \implies \theta = \tan^{-1}(-1) = \frac{3\pi}{4} \text{ もしくは } -\frac{\pi}{4}$$

$\operatorname{Re}(-1 + i) = -1$  より,

$$\theta = \frac{3\pi}{4}$$

(複素平面の絵を書けば間違わない)