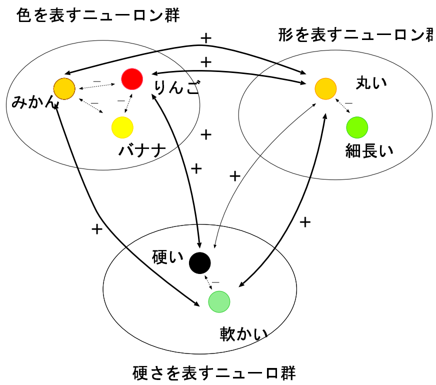
情報システム工学科
伊達 章

生体情報システム
2006 年 5 月 29 日

連想記憶モデル

- 基本事項：
  - ・局在表現と分散表現
  - ・連想記憶モデル
  - ・Hebb （相関）学習

- 連想記憶モデルとは
  - ・一つの事項から関連する事項が次々と想起できる．
    例： 山 → 川， 海 → 水泳 （相互相関型）
  - ・部分から全体が想起できる．
    → 不完全な鍵からの想起が可能 （自己相関型）
  - ・分散表現 （1 つの記憶事項を多数の素子で表現）
  - ・多重表現 （記憶事項の重ね合わせ）
  - ・数学的性質：記憶容量，想起のダイナミックス



リンゴ，バナナ，ミカンをおぼえたニューロン群

- 神経回路の数理モデル （復習）

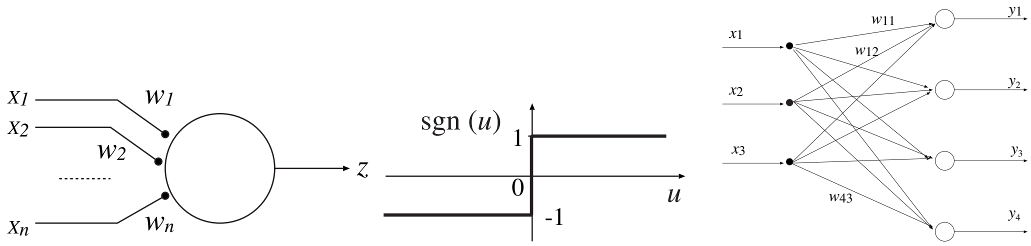


図 1: ニューロンの数理モデル（左）と出力関数（中），相互相関型連想記憶回路（右）

- 連想記憶モデル：相互想起型
  - $\boldsymbol{x}^1 \to \boldsymbol{y}^1, \boldsymbol{x}^2 \to \boldsymbol{y}^2, \cdots, \boldsymbol{x}^m \to \boldsymbol{y}^m$ ： m 個の連想パターン対．
  - $\boldsymbol{x}^1 = \left[x_1^1, x_2^1, \cdots, x_n^1\right]^{\mathrm{T}}$, $x_i, y_i \in \{-1, 1\}$
  - 各記憶パターンどうしは互いに直交していると仮定：$\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^\beta = 0$, $\alpha \neq \beta$
  - 結合係数 w_{ji} をヘブ学習（相関学習）により作っておく

$$w_{ji} = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} x_i^\alpha y_j^\alpha, \quad \text{行列とベクトルで書くと} \quad W = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} \boldsymbol{y}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\mathrm{T}}$$

（n で割っているのは後の計算の都合上.）

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{y}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 x_2 \cdots y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1x_1 \ y_1x_2 \cdots y_1x_n \\ y_2x_1 \ y_2x_2 \cdots y_2x_n \\ \cdots \\ y_nx_1 \ y_nx_2 \cdots y_nx_n \end{bmatrix}$$

– 活動のダイナミックス：$\boldsymbol{x}' = \mathrm{sgn}(W\boldsymbol{x}^3)$

$$W\boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} \boldsymbol{y}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha \mathrm{T}} \boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} \boldsymbol{y}^\alpha (\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^3) \to \alpha \neq 3 \text{ なら 内積 } 0 \to \frac{1}{n}\boldsymbol{y}^3(\boldsymbol{x}^3 \cdot \boldsymbol{x}^3) = \boldsymbol{y}^3$$

- 連想記憶モデル：自己想起型

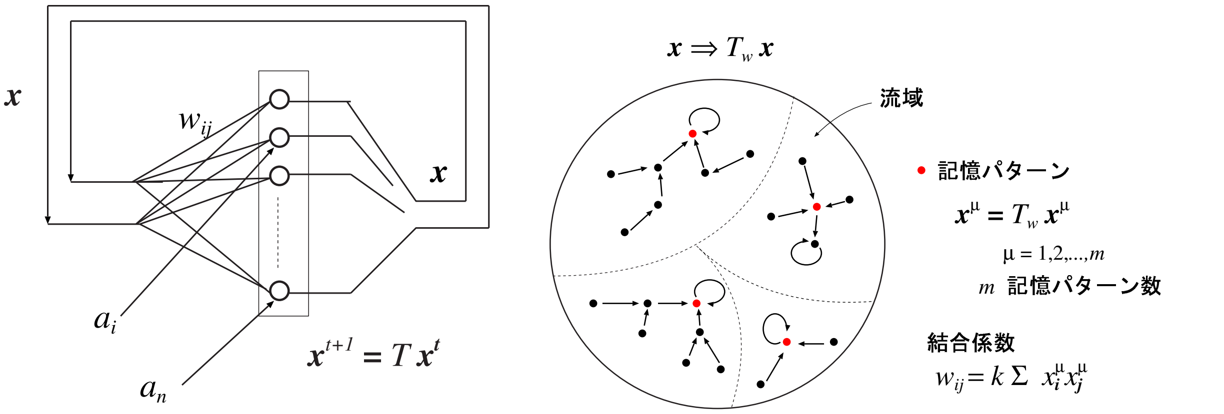


図 2: 左： 相互結合の神経回路モデル．右：その状態空間． n 個の素子があると 2^n 個の状態がある．引き込み領域（流域）とは，最終的にある安定状態に落ち着くような初期状態の集合．

– 各記憶パターンどうしは互いに直交していると仮定：$\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^\beta = 0,\ \alpha \neq \beta$

– 結合係数行列：

$$W = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha \mathrm{T}}$$

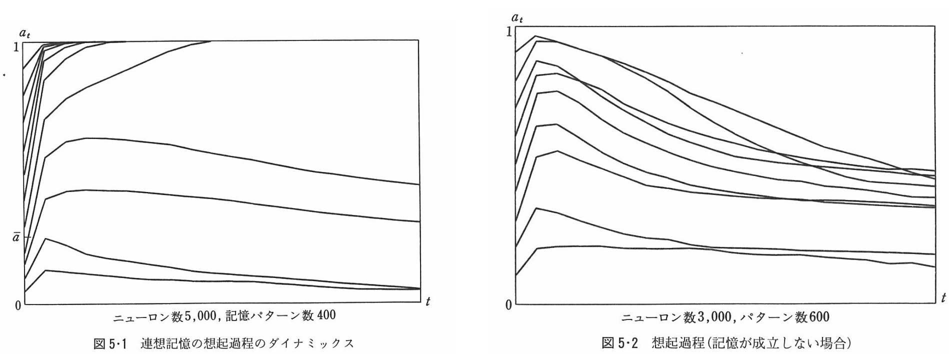
– 活動のダイナミックス：$\boldsymbol{x}' = \mathrm{sgn}(W\boldsymbol{x}^3)$

$$W\boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha \mathrm{T}} \boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{m} \boldsymbol{x}^\alpha (\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^3) \to \alpha \neq 3 \text{ なら 内積 } 0 \to \frac{1}{n}\boldsymbol{x}^3(\boldsymbol{x}^3 \cdot \boldsymbol{x}^3) = \boldsymbol{x}^3$$

– 多重分散記憶がうまくいく仕掛け：

1. $\boldsymbol{x}^1, \cdots, \boldsymbol{x}^m$ が互いに直交
2. 出力関数 $f(u)$ の強い非線型性

多重表現
→ 相互干渉



想起のダイナミクス．記憶容量を越えた場合（右）．
記憶容量 $= m/n$． ニューロン数 n， 記憶パターン数 m．
縦軸は類似度（正規化した内積） $a = (\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x}^\alpha)/n$． 横軸は時間．