神経回路網特論

第6回 連想記憶モデルのダイナミックス

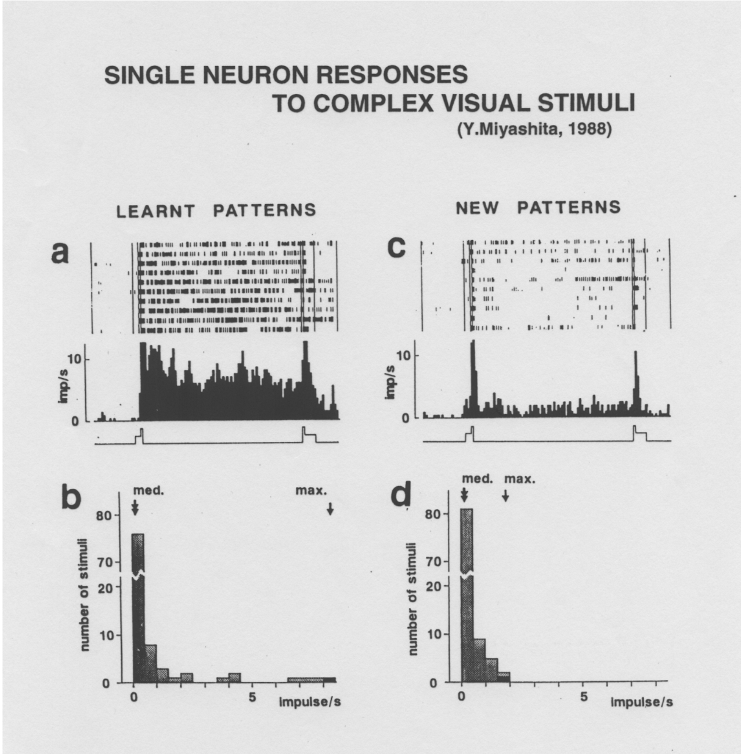
伊達 章

2006年5月25日

講義のテーマ

- 全体を通してのテーマ：
  情報表現と計算

- 前回のテーマ：
  短期記憶の表現：ニューロンの反応選択性
  - 長期記憶の短期表現：スパース表現
  - 長期記憶にないものの短期表現
  - 表現の時間効果



講義のテーマ

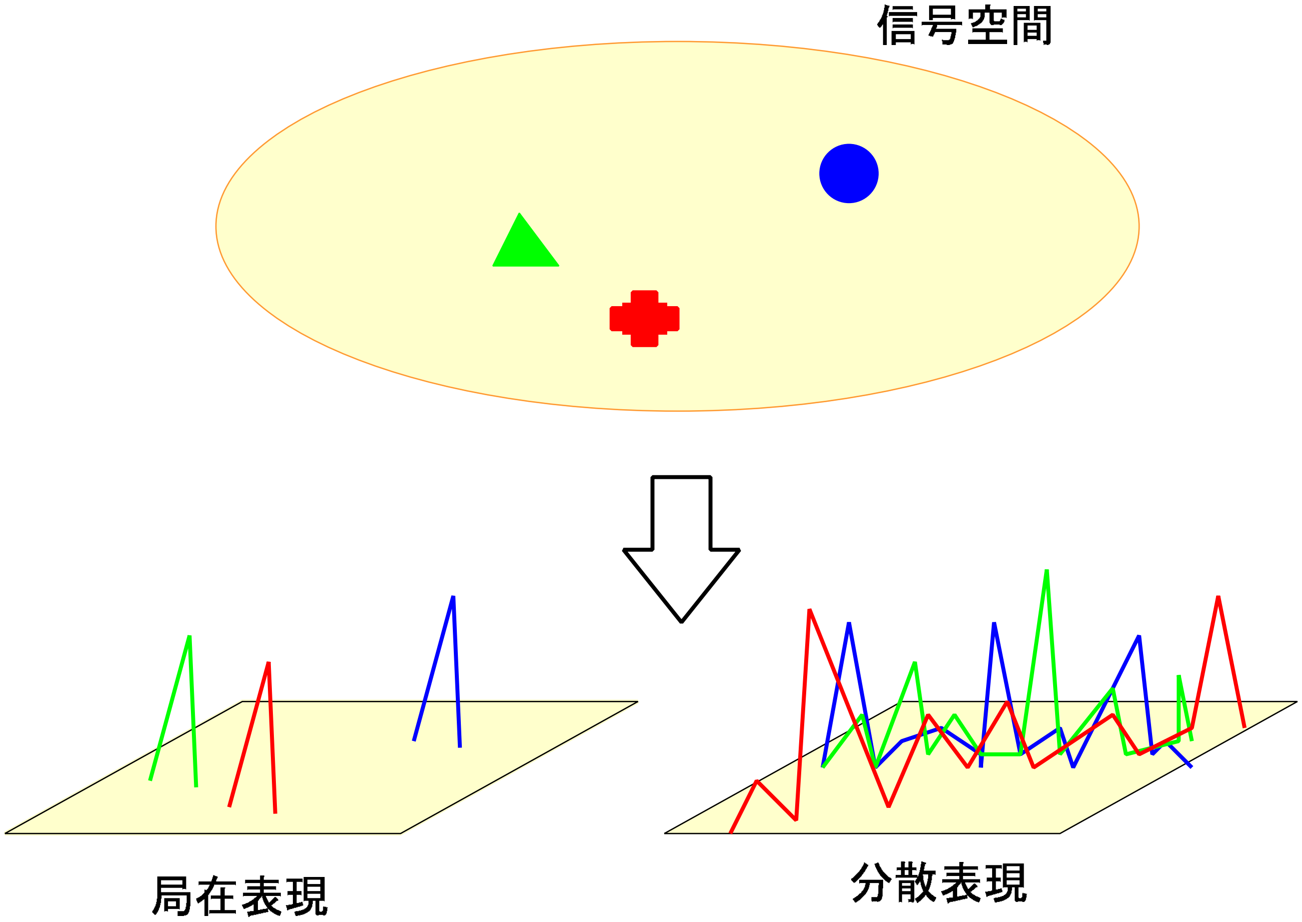
- 全体を通してのテーマ
  - 情報表現と計算

- 今回のテーマ： 記憶の数理モデル
  - 記憶の書き込み，読み出し（検索と想起），整理
  - モデルのプロトタイプ： 連想記憶モデル，多重分散型
  - 未解決の問題

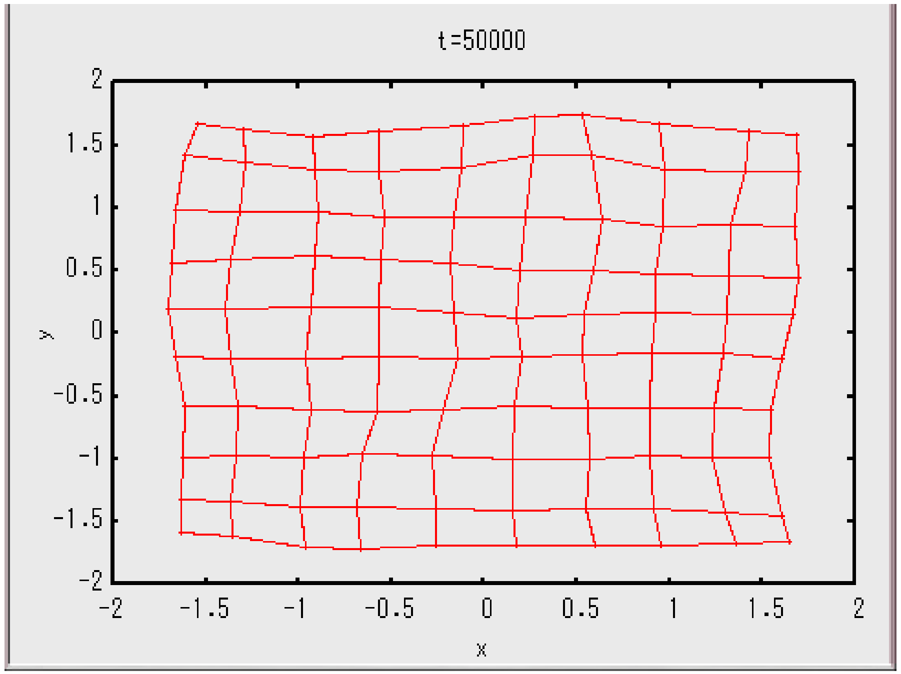
概要

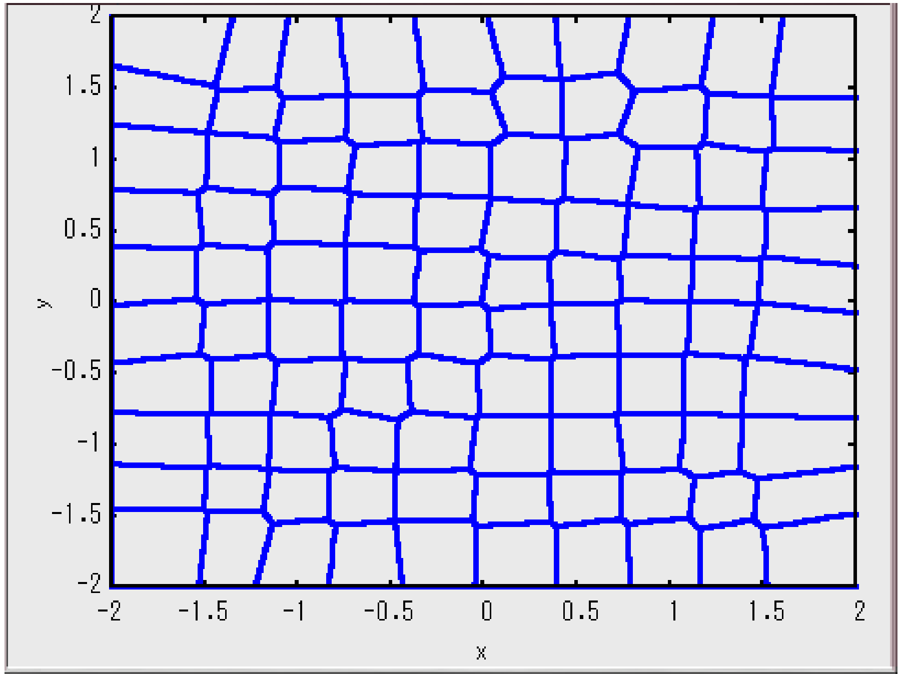
- 局在表現と分散表現
- 連想記憶モデルとは
  - 分散表現
  - 多重表現
- デモ
- モデルの数学的性質：記憶容量，想起のダイナミックス

- 脳内における情報の表現

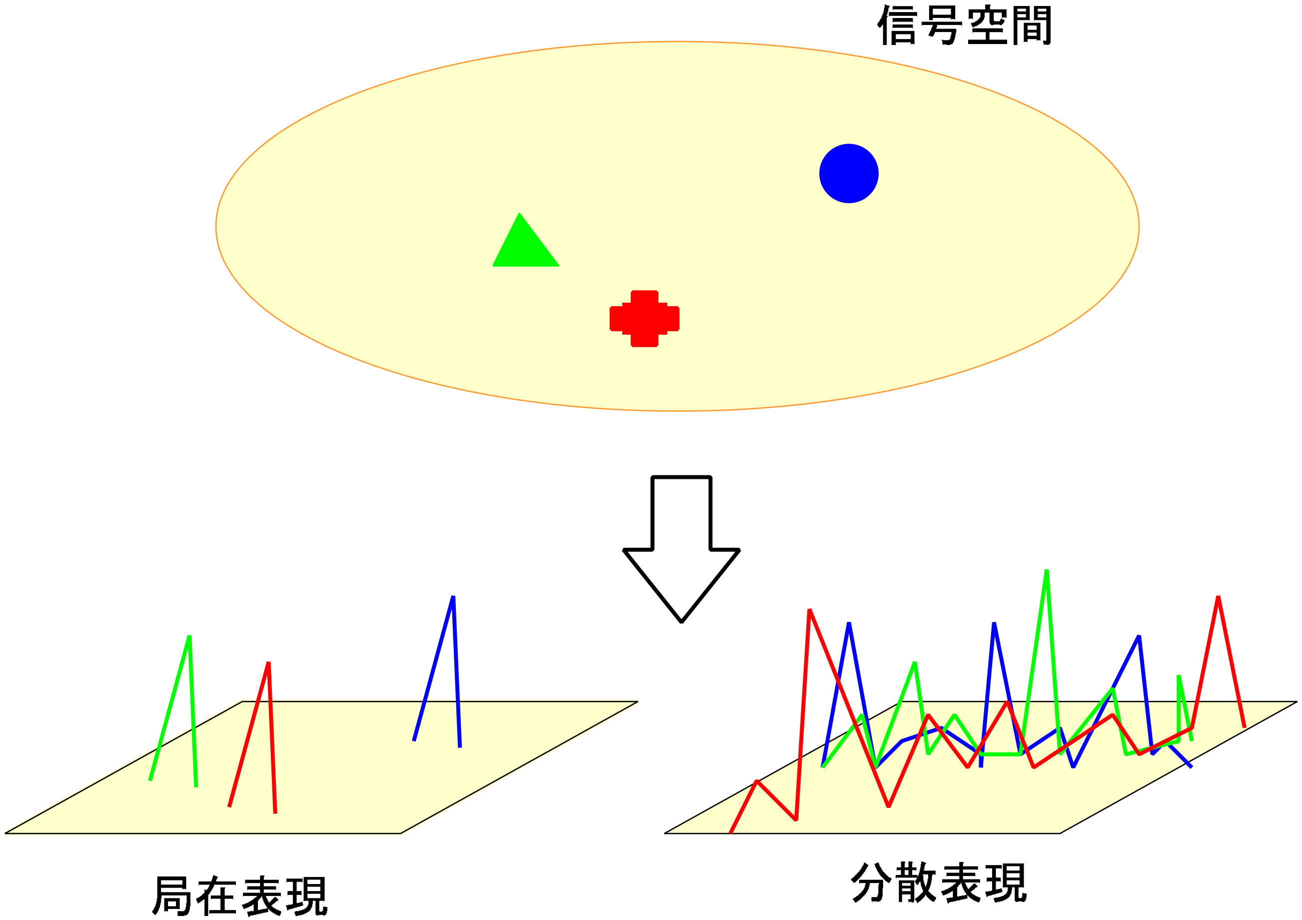


局在表現のトポロジー


t=50000
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
y
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
x


2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
y
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
x

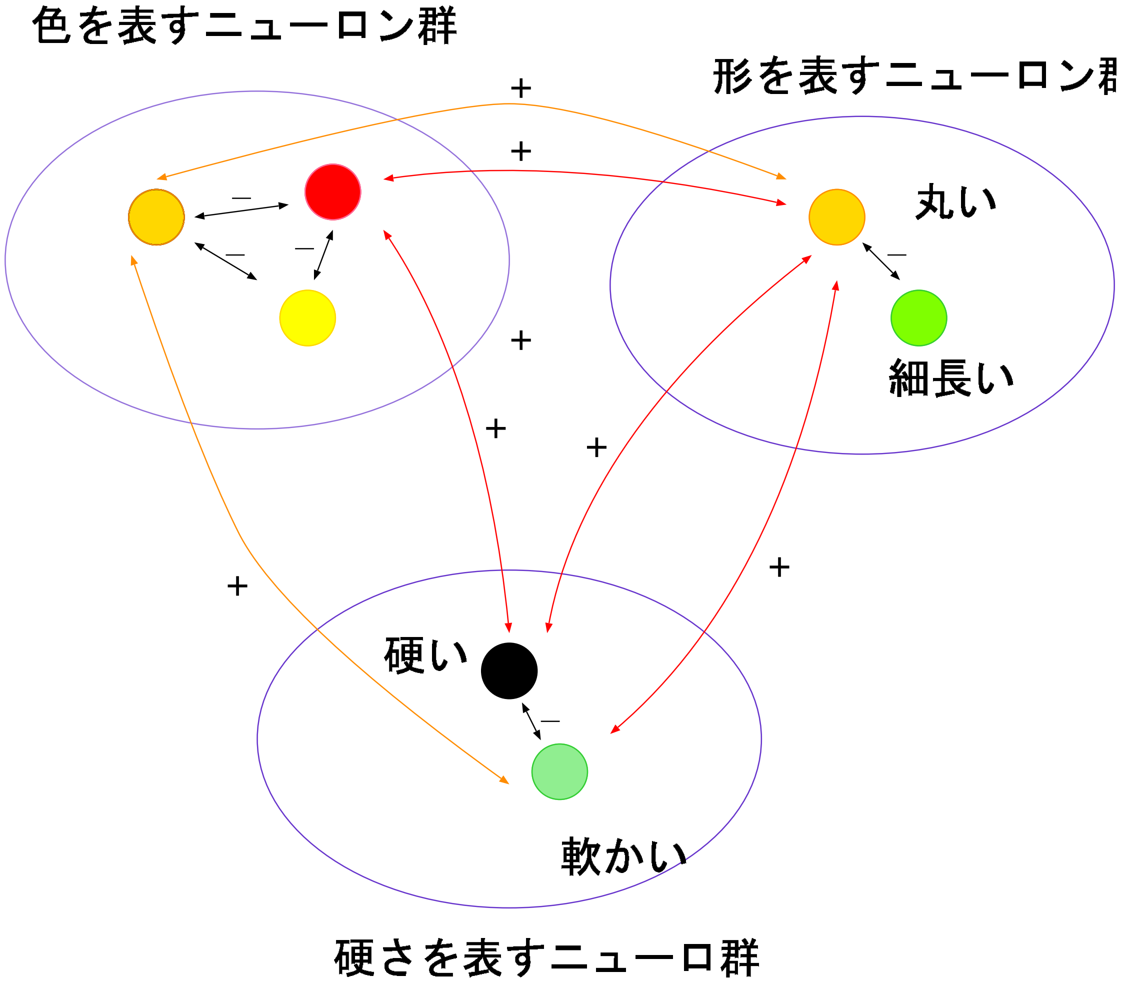
- **脳内における情報の表現**



連想記憶とは

- 部分から全体が想起できる．
  - 不完全な鍵からの想起が可能
- 一つの事項から関連する事項が次々と想起できる．
  - 山 → 川， 海 → 水泳
- 時間的な順序のある系列を順に想起できる．
  - $\boldsymbol{x}^1 \to \boldsymbol{y}^1, \boldsymbol{x}^2 \to \boldsymbol{y}^2, \cdots, \boldsymbol{x}^k \to \boldsymbol{y}^k$

これらの気分が味わえるのが，連想記憶モデル



リンゴ，バナナ，ミカンをおぼえたニューロン群

概要

- 局在表現と分散表現
- 連想記憶モデルとは
  - 分散表現
  - 多重表現
- デモ
- モデルの数学的性質：記憶容量，想起のダイナミックス

連想記憶モデル：相互想起型

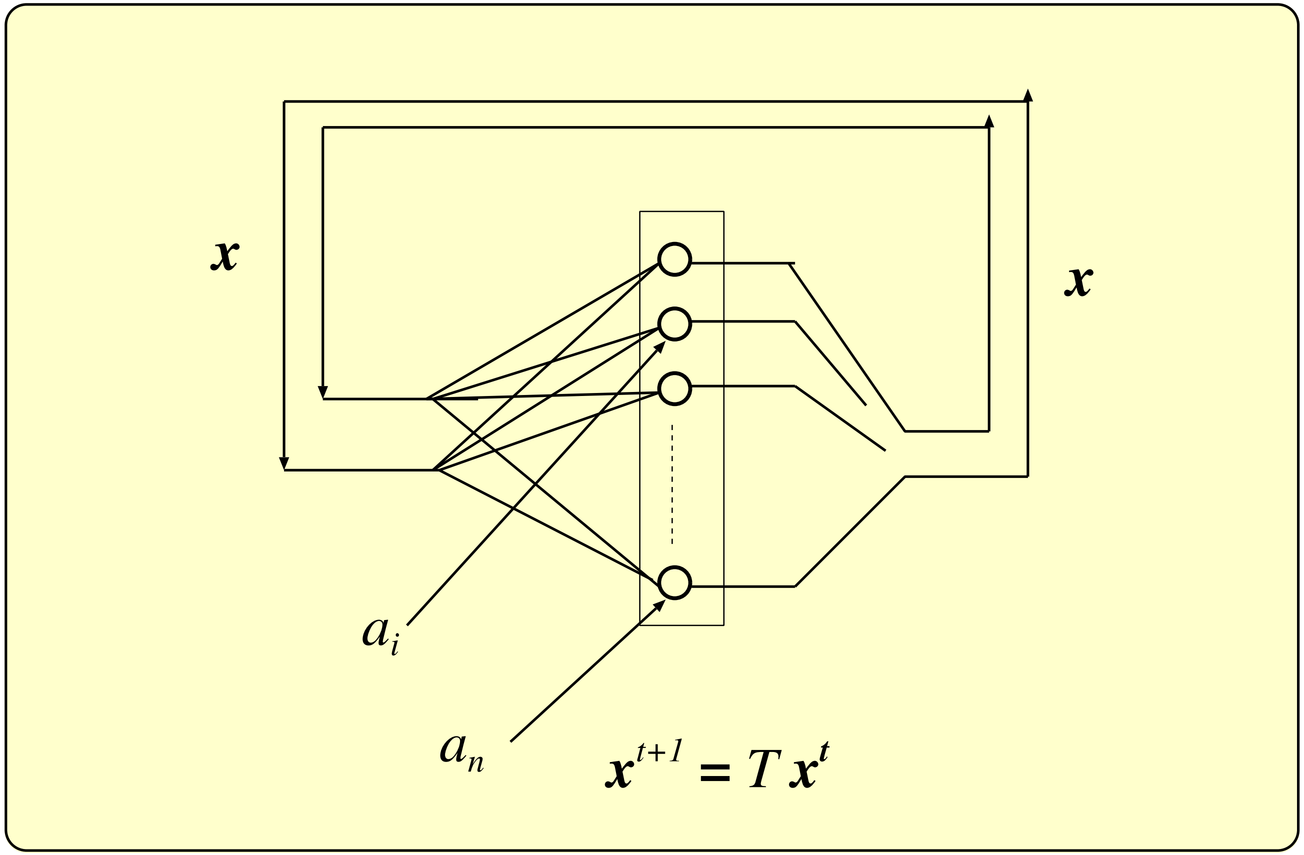
- $\boldsymbol{x}^1 \to \boldsymbol{y}^1, \boldsymbol{x}^2 \to \boldsymbol{y}^2, \cdots, \boldsymbol{x}^k \to \boldsymbol{y}^k$
- $x_i, y_i \in \{-1, 1\}$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{y}\boldsymbol{x}^\top = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 x_2 \cdots y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 x_1 & y_1 x_2 \cdots y_1 x_n \\ y_2 x_1 & y_2 x_2 \cdots y_2 x_n \\ & \cdots \\ y_n x_1 & y_n x_2 \cdots y_n x_n \end{bmatrix}$$

$$s_{ji} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{k} x_i^\alpha y_j^\alpha, \quad S = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{y}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top}$$ **（ヘブ学習，相関学習）**

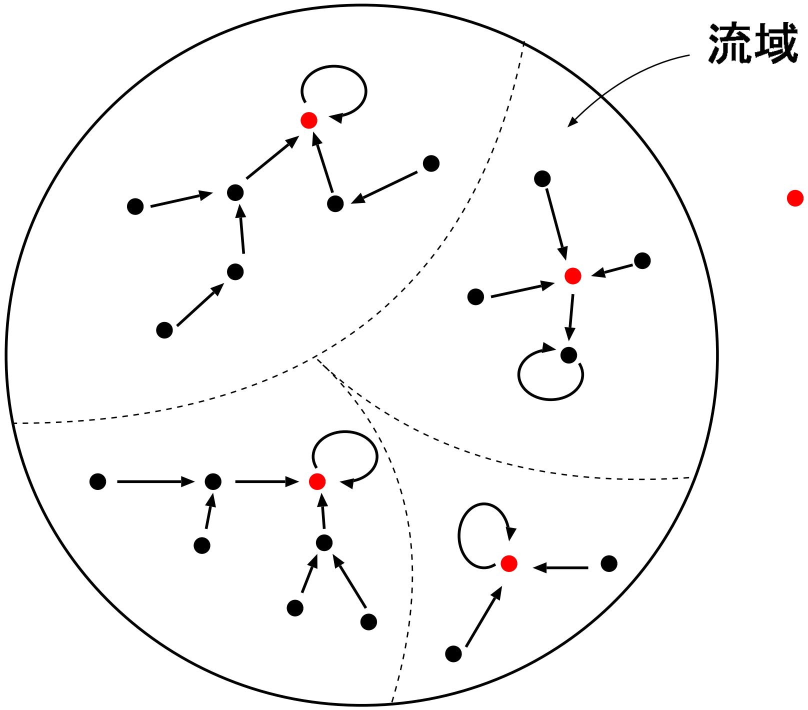
デモ

相互結合の神経回路モデル



連想記憶モデル

$$\boldsymbol{x} \Rightarrow T_w \boldsymbol{x}$$



● 記憶パターン

$$\boldsymbol{x}^\mu = T_w \boldsymbol{x}^\mu$$

$$\mu = 1,2,\ldots,m$$

m 記憶パターン数

結合係数

$$w_{ij} = k \sum x_i^\mu x_j^\mu$$

連想記憶モデル：自己想起型

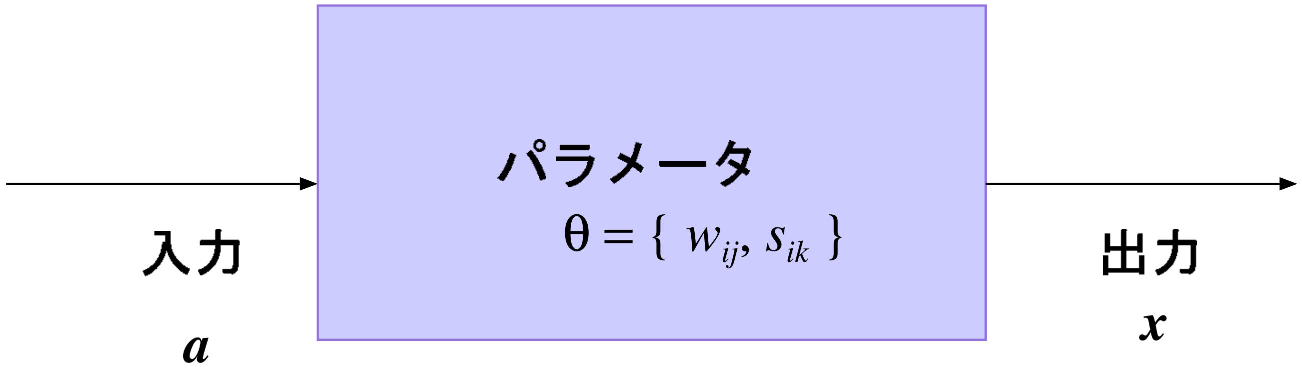
- $\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^\beta = 0, \;\; \alpha \neq \beta$

結合係数行列：$S = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top}$

活動のダイナミックス：$\boldsymbol{x}' = \mathrm{sgn}(S\boldsymbol{x}^3)$

$$S\boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha \boldsymbol{x}^{\alpha\top} \boldsymbol{x}^3 = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{k} \boldsymbol{x}^\alpha (\boldsymbol{x}^\alpha \cdot \boldsymbol{x}^3) = \frac{1}{n}\boldsymbol{x}^3(\boldsymbol{x}^3 \cdot \boldsymbol{x}^3) = c\boldsymbol{x}^3$$

自己想起型連想記憶モデルの見方



速い ニューロン活動 x のダイナミックス

$$x(t+1) = F(x(t), \theta(t))$$

遅い 結合係数 θ のダイナミックス：θ→ 固定と考える

$$\theta(t+1) = G(\theta(t), a(t), x(t), x(t-1), \cdots)$$

デモ

多重分散記憶がうまくいく仕掛け

- $\boldsymbol{x}^1, \cdots, \boldsymbol{x}^k$ が互いに直交
- 出力関数 $f(u)$ の強い非線型性

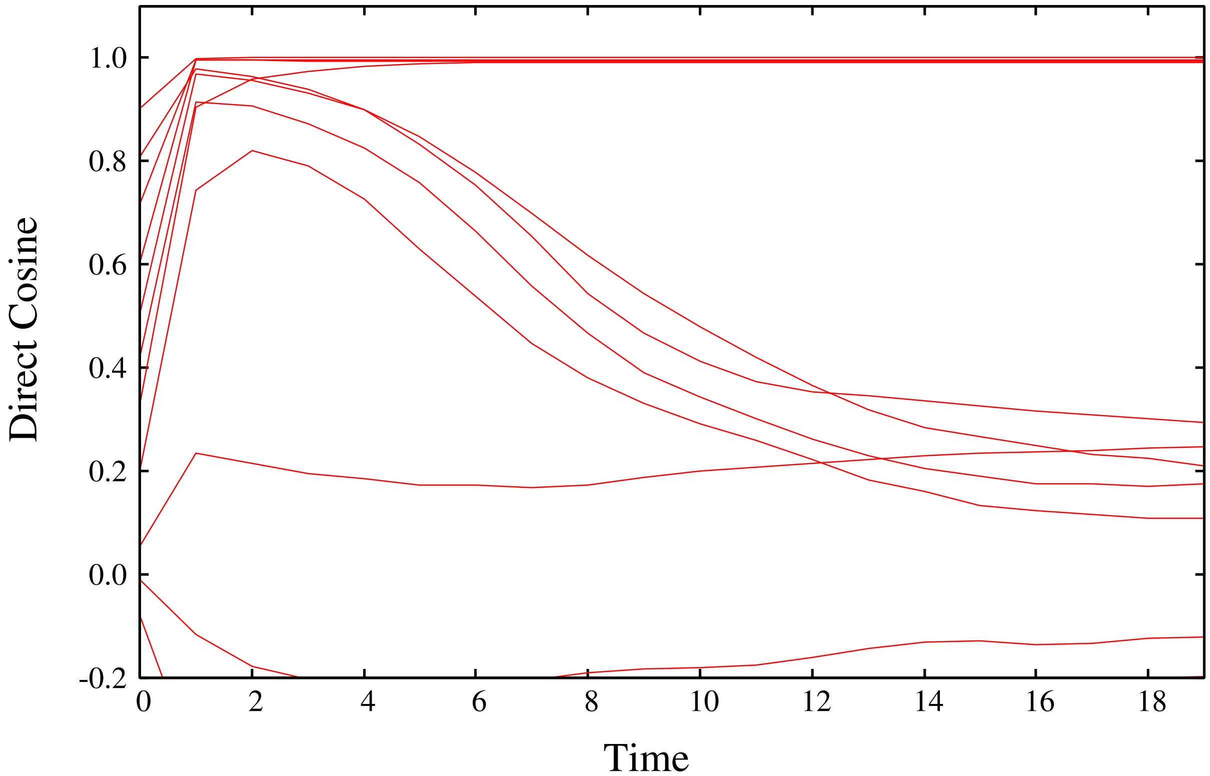
連想記憶モデルの問題

- 分散表現 → どう符合化するか
- 多重表現 → 相互干渉 → 記憶容量

概要

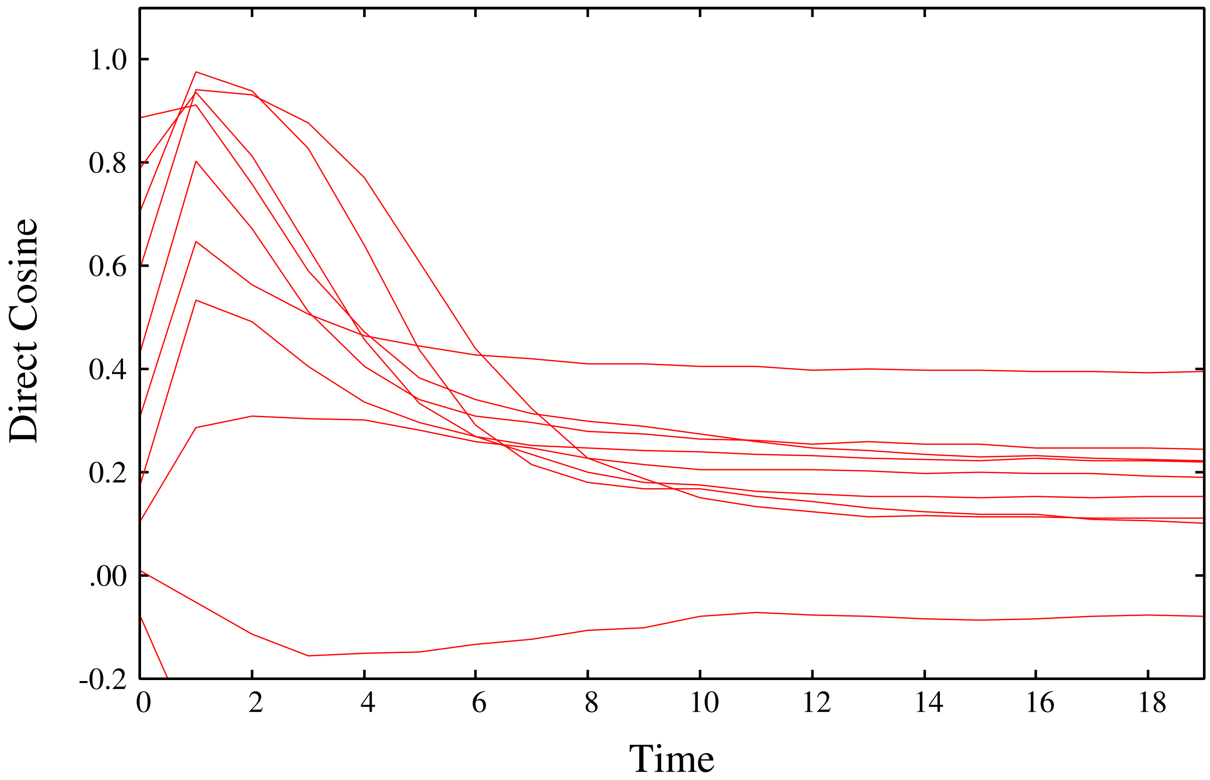
- 局在表現と分散表現
- 連想記憶モデルとは
- デモ
- **モデルの数学的性質：記憶容量，想起のダイナミックス**

想起過程のダイナミックス



想起に失敗する場合でも一度は記憶パターンに近づく

想起過程のダイナミックス



記憶パターンを埋め込みすぎた例