

課題 2: フーリエ級数
(提出締切 11 月 7 日)

目的: いろいろな信号(関数)がフーリエ級数展開により表現できることを知る. 級数展開の項数を増やしていくと, 関数が精度よく表現できる様子確かめる.

1. 準備

- (a) 理論的な背景は教科書を参考のこと.
- (b) octave を使った方法については課題 2 の web ページを参考のこと.
<http://www.cs.miyazaki-u.ac.jp/~date/lectures/2007am2/kadai/kadai2am2.html>

2. 課題:

- (a) いくつか簡単な関数について, そのフーリエ級数展開がどうなるか調べておく(教科書 p.70 および裏面参照, ほかの参考書の例を実行しても, もちろんよい).
- (b) フーリエ級数の, 項の数を増やすにしたがい, もとの関数を精度よく表現できることをグラフを描いて確認する.
- (c) まだ細かい事まで講義で解説していないため, 疑問点, 理解できない点があくつもでてくる. それら(3つ程度以上)を箇条書きにしてレポートにまとめておく. 疑問点は何でもよいので, 自分が理解できない点を書く.
- (d) 近似の精度のよさを測ってみる(慣れている C 言語を使う方がいいかもしれない). 時間がかかるようならしなくてよい. 近似の良さは, もとの関数と, フーリエ級数で作った関数がどのくらい類似しているか, 距離を計算すればよい. ヒント: 「関数をベクトルとして見る」

3. 注意事項:

- (a) レポートの評価は, 提出したか(20%), レポートの体裁をなしているか(60%), 結論および考察の内容(20%)で判断します.
- (b) レポートの体裁をなしているとは, 「1. 何を調べようとしているのか(目的), 2. 得られた結果(図)とその説明, 3. 考察, が書かれている」ことです.
- (c) レポートは, 1年前の自分が読んでも分かるように 分かりやすく論理的に書く.
- (d) 他の講義や生活に差し支えがでるほど時間を費やす必要はない. 3時間以上おこなってできなかった場合, その状況をレポートに書いて提出.
- (e) 締め切り日が過ぎたとしても, あきらめずに提出を試みること.

問題 1.29 $-\pi < t < 0$ で $f(t) = 1$, $0 < t < \pi$ で $f(t) = 0$ および $f(t+2\pi) = f(t)$ で定義されるような関数 $f(t)$ のフーリエ級数を見出せ (図 1.6 参照).

答: $\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)t}{2n-1}$.

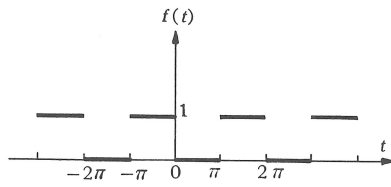


図 1.6 問題 1.29 の関数 $f(t)$

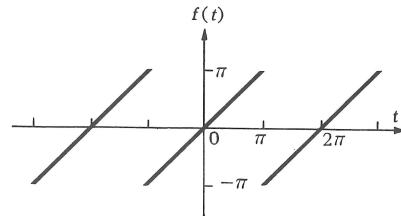


図 1.7 問題 1.30 の関数 $f(t)$

問題 1.30 区間 $(-\pi, \pi)$ で $f(t) = t$ および $f(t+2\pi) = f(t)$ で定義される関数 $f(t)$ のフーリエ級数を見出せ (図 1.7 参照).

答: $2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin nt$.

問題 1.31 区間 $(-\pi, \pi)$ で $f(t) = t^2$ および $f(t+2\pi) = f(t)$ で定義される関数 $f(t)$ のフーリエ級数を見出せ (図 1.8 参照).

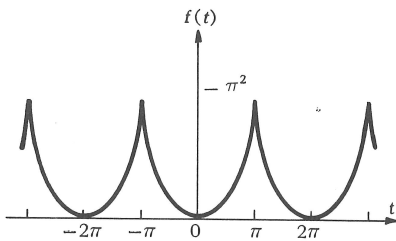


図 1.8 問題 1.31 の関数 $f(t)$

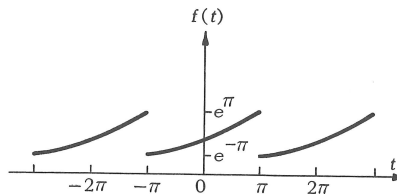


図 1.9 問題 1.32 の関数 $f(t)$

答: $\frac{1}{3}\pi^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nt$.

問題 1.32 区間 $(-\pi, \pi)$ で $f(t) = e^t$ および $f(t+2\pi) = f(t)$ で定義される関数 $f(t)$ のフーリエ級数を見出せ (図 1.9 参照).

答: $\frac{2 \sinh \pi}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n^2} (\cos nt - n \sin nt) \right]$.

問題 1.33 $f(t) = |A \sin \omega_0 t|$ なる関数のフーリエ級数を見出せ (図 1.10 参照).

答: $\frac{2A}{\pi} + \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-4n^2} \cos(2n\omega_0 t)$.

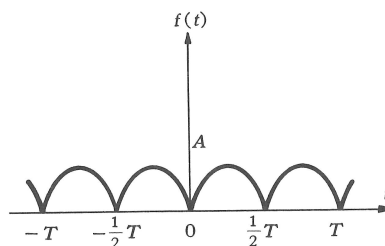


図 1.10 問題 1.33 の関数 $f(t)$