

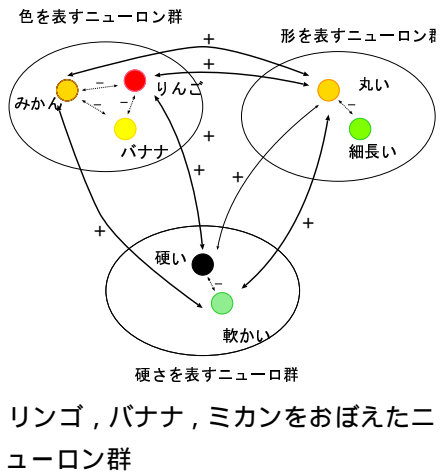
連想記憶モデル

- 基本事項：

- ・ 局在表現と分散表現
- ・ Hebb（相関）学習

- 連想記憶モデルとは

- ・ 一つの事項から関連する事項が次々と想起できる。
例：山 川，海 水泳（相互相関型）
- ・ 部分から全体が想起できる。
不完全な鍵からの想起が可能（自己相関型）
- ・ 分散表現（1つの記憶事項を多数の素子で表現）
- ・ 多重表現（記憶事項の重ね合わせ）
- ・ 数学的性質：記憶容量，想起のダイナミクス



- 神経回路の数理モデル（復習）

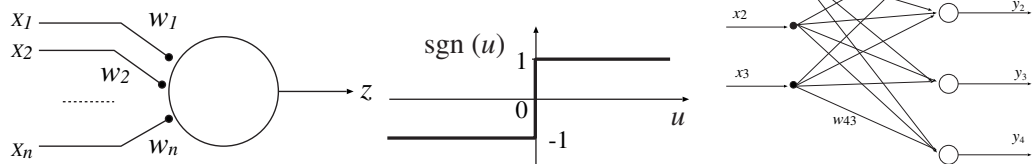


図 1: ニューロンの数理モデル（左）と出力関数（中），相互相関型連想記憶回路（右）

- 連想記憶モデル：相互想起型

- $x^1 \rightarrow y^1, x^2 \rightarrow y^2, \dots, x^m \rightarrow y^m$: m 個の連想パターン対 .
- $x^1 = [x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1]^T, x_i, y_i \in \{-1, 1\}$
- 各記憶パターンどうしは互いに直交していると仮定 : $x^\alpha \cdot x^\beta = 0, \alpha \neq \beta$
- 結合係数 w_{ji} をヘブ学習（相関学習）により作っておく

$$w_{ji} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m x_i^\alpha y_j^\alpha, \text{ 行列とベクトルで書くと } W = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m y^\alpha x^{\alpha T}$$

(n で割っているのは後の計算の都合上.)

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, yx^T = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} [x_1 x_2 \dots x_n] = \begin{bmatrix} y_1 x_1 & y_1 x_2 & \dots & y_1 x_n \\ y_2 x_1 & y_2 x_2 & \dots & y_2 x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_n x_1 & y_n x_2 & \dots & y_n x_n \end{bmatrix}$$

– 活動のダイナミクス： $x' = \text{sgn}(Wx^3)$

$$Wx^3 = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m y^\alpha x^{\alpha T} x^3 = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m y^\alpha (x^\alpha \cdot x^3) \rightarrow \alpha \neq 3 \text{ なら 内積 } 0 \rightarrow \frac{1}{n} y^3 (x^3 \cdot x^3) = y^3$$

● 連想記憶モデル：自己想起型

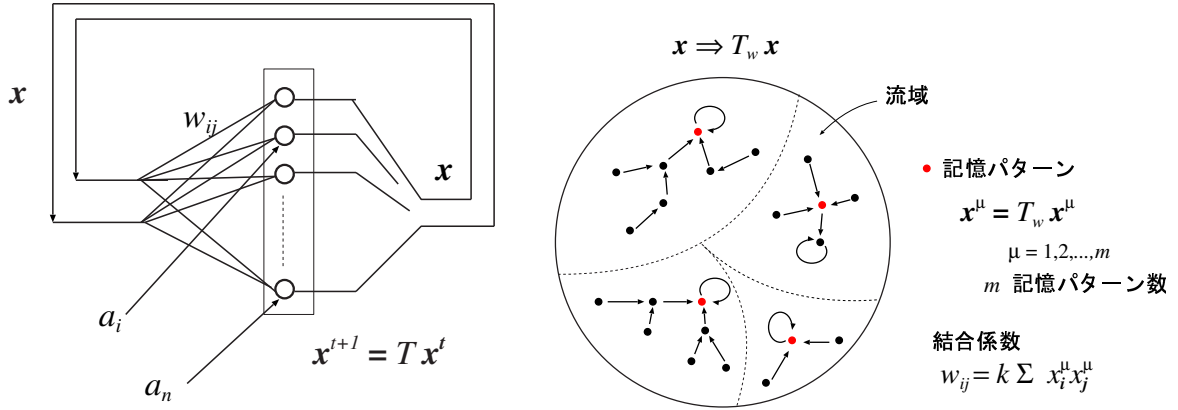


図 2: 左：相互結合の神経回路モデル。右：その状態空間。\$n\$ 個の素子があると \$2^n\$ 個の状態がある。引き込み領域（流域）とは、最終的にある安定状態に落ち着くような初期状態の集合。

– 各記憶パターンどうしは互いに直交していると仮定： $x^\alpha \cdot x^\beta = 0, \alpha \neq \beta$

– 結合係数行列：

$$W = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m x^\alpha x^{\alpha T}$$

– 活動のダイナミクス： $x' = \text{sgn}(Wx^3)$

$$Wx^3 = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m x^\alpha x^{\alpha T} x^3 = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^m x^\alpha (x^\alpha \cdot x^3) \rightarrow \alpha \neq 3 \text{ なら 内積 } 0 \rightarrow \frac{1}{n} x^3 (x^3 \cdot x^3) = x^3$$

– 多重分散記憶がうまくいく仕掛け：

1. x^1, \dots, x^m が互いに直交
2. 出力関数 $f(u)$ の強い非線型性

多重表現
相互干渉

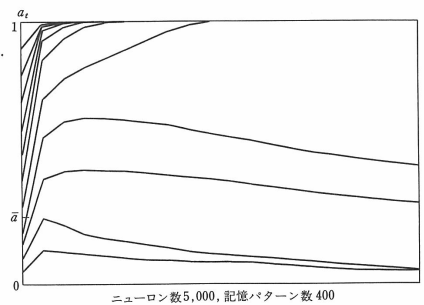


図 5-1 連想記憶の想起過程のダイナミクス

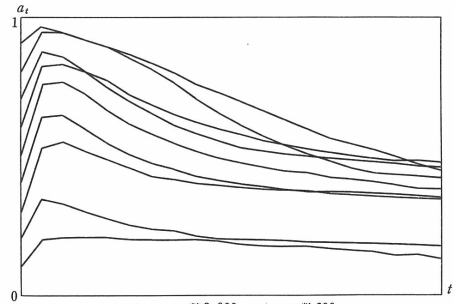


図 5-2 想起過程 (記憶が成立しない場合)

想起のダイナミクス。記憶容量を越えた場合（右）。

記憶容量 = m/n 。ニューロン数 n ，記憶パターン数 m 。

縦軸は類似度（正規化した内積） $a = (x \cdot x^\alpha)/n$ 。横軸は時間。