

線形代数 宿題 (担当: 伊達 . A-423)

出題 2007 年 10 月 1 日 . 提出期限 : 10 月 15 日 (月) .

学籍番号 : 760 \_ \_ \_ \_ 0

名前 : \_\_\_\_\_

1.  $2 \times 2$  の行列  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  とベクトル  $x_0 = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$  について , 以下の問に答えよ . 図示は正確である必要はなく , 意味が分かれば大雑把なものでもよい . 問題の意味が曖昧だと思った場合は , その旨を記述し , 自分の判断で進めてよい .

(1)  $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}$  のとき ,  $a, d (a \neq d)$  および  $u, v$  に  $-3, -2, -1, 1, 2, 3$  の適当な整数を代入し , 自由に  $A$  と  $x_0$  を決めよ (決め方は  $5 \times 6^3 = 1080$  通りある) .

(2) (1) で決めた  $A$  と  $x_0$  の積  $Ax_0$  を求めよ (これを以後  $x_1$  とする .  $x_1 = Ax_0$ )

(3) (2) の結果を使い  $x_2 = Ax_1$  を求め , 引き続き同様に  $x_3, x_4, x_5$  を求めよ ( $x_{t+1} = Ax_t$ )

(4)  $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \dots$  がどう遷移したか 2 次元平面を書いて図示せよ .

(5) (1) で決めた  $A$  について ,  $A^2 = AA$  を求めなさい .

(6) (1) で決めた  $A$  について ,  $A^3, A^4, A^5$  を求めなさい .

(7) (1) で決めた  $A, x_0$  について,  $A^5 x_0$  を求め, その結果を (3) で得た  $x_5$  と比較せよ.

---

(8)  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix}$  のとき,  $a, b, d$  および  $u, v$  に  $-3, -2, -1, 1, 2, 3$  の適当な整数を代入し, 自由に  $A$  と  $x_0$  を決めよ (決め方は  $6^5 = 7776$  通りある).

(9) (8) で決めた  $A$  と  $x_0$  の積  $Ax_0$  を求めよ.

(10) (9) の結果を使い  $x_2 = Ax_1$  を求め, 引き続き同様に  $x_3, x_4$  を求めよ.

(11)  $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4$  がどう遷移したか 2次元平面を書いて図示せよ.

(12) (8) で決めた  $A$  について,  $A^2, A^3, A^4$  を順に求め,  $A^n$  ( $n$  は整数) がどうなるか予想しなさい.

(13)  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  のとき,  $a, b, c, d$  および  $u, v$  に,  $ad = bc$  を満たすよう  $-3, -2, -1, 1, 2, 3$  の適当な整数を代入し, 自由に  $A$  と  $x_0$  を決めよ.

(14) (13) で決めた  $A$  と  $x_0$  の積  $Ax_0$  を求めよ.

(15) (14) の結果を使い  $x_2 = Ax_1$  を求め, 引き続き同様に  $x_3, x_4$  を求めよ.

(16)  $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4$  がどう遷移したか 2次元平面を書いて図示せよ.

(17) (13) で決めた  $A$  について,  $A^2, A^3, A^4$  を順に求め,  $A^n$  ( $n$  は整数) がどうなるか 予想しなさい.

2. 教科書 4. 線形空間 (p.71-103) を読み, よく分からなかったことについて, ページ番号, 用語などを具体的に示し, 全体として A4, 1 ページになるよう, 簡潔に箇条書きにしてまとめよ. このページ範囲以外のことについてでもよい. 教科書では当たり前扱われており普段から疑問に思っていること, しっかり読んだけど分からなかったことなどを主張すればいい.