学籍番号：76100 ___ ___ 0

2010 年 6 月 23 日
情報工学序説　　名前：　**解答 例**　　得点：

小テスト

1. 関数 $y = x$ と $y = \log_2 x$　のグラフを描きなさい．
   （座標軸，適当な座標を適宜，記入すること）

2. 1000×2^{-1000}　に最も近い整数を求めよ．

   $2^{10} \approx 10^3$ より，

$$1000 \times 2^{-1000} = \frac{1000}{2^{10^3}} \approx \frac{10^3}{10^{3^3}} = \frac{10^3}{10^9} = 10^{-6} \approx 0$$

3. イチロー選手が来週この教室に現れる確率を 2^{-10000} とする（事象 A_1）．この事象が実際に起こったことを知らせる情報に含まれている情報量を求めよ．

   $-\log 2^{-10090} = 10000$．10000 ビット．

4. 来週の「情報理論」の試験は，1 から 16 の番号で答えを選ぶマークシート形式で実施される．薮野君は試験問題の内容を読んで解答を選べるような能力は持っていない．できることは番号を 1 つデタラメにマークすることだけである．薮野君はその試験について次のような裏情報を手にいれた．

   裏情報：問の答えは 2,4,6,8 のどれか.

   この裏情報には何ビットの情報が含まれているか計算せよ．なお $0 \log 0 = 0$ とする．
   （ヒント：答えが番号 i である確率を p_i とすると，裏情報を得る前は $p_1 = \cdots = p_{16} = 1/16$，裏情報を得た後は $\cdots$）．

   裏情報を得る前は，$p_1 = \cdots = p_{16} = 1/16$ であるので，

   裏情報を得る前のエントロピー：

$$H(p_i) = -\sum_{i=1}^{16} p_i \log p_i = \log 2^4 = 4$$

   裏情報を得た後は $p_2 = p_4 = p_6 = p_8 = 1/4,\ p_1 = p_3 = \cdots = p_{16} = 0$ であるので，

   裏情報を得た後のエントロピー：

$$H(p_i) = -\sum_{i=1}^{16} p_i \log p_i = 4 \times \{-\frac{1}{4} \log \frac{1}{4}\} = -\log_2 2^{-2} = 2$$

   よって 4-2 = 2 より 2 ビットの情報 を得たことになる．