

2010年6月30日

情報工学序説

名前： 解答例

得点： _____

小テスト

1. 20 個の整数 (1, 2, ..., 20) から 10 個の重複のない乱数を生成したい。R.W.Floyd 教授のアルゴリズムを使用すれば、これが実現できる。具体的な C 言語のプログラムは別に配布したプリントに示されている。このプログラム中、for (j=n-m+1... 文の中身は j=11 から 20 まで 10 回繰り返す。各 j において生成される乱数 $t(1 \leq t \leq j)$ が以下の表に示す値であったとする。この時、変数 $s[1], s[2], \dots, s[20]$ の値がどう変化していくか、求めなさい。

j	t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	6					1	1														
13	11					1	1					1									
14	2		1			1	1					1									
15	12		1			1	1					1	1								
16	1	1	1			1	1					1	1								
17	5	1	1			1	1					1	1						1		
18	2	1	1			1	1					1	1						1	1	
19	8	1	1			1	1		1			1	1						1	1	
20	6	1	1			1	1		1			1	1						1	1	1

解答の仕方：空欄に 1 を記述するか黒く塗りつぶすことで解答すればよい。値が 0 の場合は空欄のままでよい。上の表において、最上段には $s[1] s[2] s[3] \dots s[20]$ と記述されるべきところ、スペースの都合上、1 2 3...20 と略して記述されていることに注意されたい。

2. 得られた 10 個の乱数を小さい順に記述しなさい。

1 2 5 6 8 11 12 17 18 20

3. このアルゴリズムにより得られる 10 個の乱数の中に 20 が含まれる確率を求めなさい。

数字の 20 は、 $j = 20$ でしか選ばれない。 $j = 20$ では、1 から 20 の数がどれも等確率で選ばれる。ここで 20 が選ばれる確率は $1/20$ 。一方、既に選ばれている数が、たぶって選ばれた場合も、代わりに 20 が選ばれる。ここで、既に 1 から 19 の数のうち 9 個の乱数が選ばれているため、既に選ばれている数が選ばれる確率は $9/20$ である。したがって 20 が選ばれる確率は $1/20 + 9/20 = 1/2$ である。

4. このアルゴリズムにより得られる 10 個の乱数の中に 19 が含まれる確率を求めなさい。

場合 1 ($j = 19$): $j = 1, \dots, 18$ では 19 は選ばれない。 $j = 19$ 開始時点において、1 から 18 の数のうち、既に 8 個の乱数が選ばれている。次に 1 から 19 の数がどれも等確率で選ばれる。これで 19 が選ばれる確率は $1/19$ 。一方、既に選ばれている数が、たぶって選ばれる確率は $8/19$ であり、このとき 19 が選ばれる。よって $j = 19$ のときに数 19 が選ばれる確率は $1/19 + 8/19 = 9/19$ である。

場合 2 ($j = 20$): $j = 20$ 開始時点で、19 が選ばれていない確率は $1 - 9/19 = 10/19$ である。次に 1 から 20 の数がどれも等確率で選ばれる。これで 19 が選ばれる確率は $1/20$ である。したがって $j = 20$ において数 19 が選ばれる確率は $10/19 \times 1/20 = 1/38$

したがって数 19 が選ばれる確率は $9/19 + 1/38 = 19/38 = 1/2$