

2011年4月25日

応用数学1

名前: _____ 得点: 10

小テスト【微分方程式の解とは】

1. 関数 $y(x) = Ce^{\mu x}$ が微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \mu y$ を満たすことを確かめよ (μ, C は定数).

$$\frac{dy}{dx} = \mu \cdot C e^{\mu x} = \mu y$$

よって、満たす。

2. 関数 $x(t) = C \sin(\omega t + \theta)$ が微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ を満たすことを確かめよ (C, θ, ω は定数).

$$\frac{dx}{dt} = C\omega \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -C\omega^2 \sin(\omega t + \theta)$$

$$= -\omega^2 C \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 x$$

よって、満たす。

3. 関数 $y(x) = C_1 e^{\mu x} + C_2 e^{-\mu x}$ が微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} = \mu^2 y$ を満たすことを確かめよ (C_1, C_2, μ は定数).

$$\frac{dy}{dx} = \mu C_1 e^{\mu x} - \mu C_2 e^{-\mu x}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} &= \mu^2 C_1 e^{\mu x} + \mu^2 C_2 e^{-\mu x} = \mu^2 (C_1 e^{\mu x} + C_2 e^{-\mu x}) \\ &= \mu^2 y \end{aligned}$$

よって、満たす。