学籍番号：76110 ___ ___ 0

2011 年 7 月 13 日

情報工学序説　　　　　　名前：　**解答 例**　　　　得点：

小テスト

1. 20 個の整数（$1, 2, ..., 20$）から 10 個の重複のない乱数を生成したい．R.W.Floyd 教授のアルゴリズムを使用すれば，これが実現できる．具体的な C 言語のプログラムは別に配布したプリントに示されている．このプログラム中，`for (j=n-m+1`$\cdots$ 文の中身は `j=11` から 20 まで 10 回繰り返す．各ループにおいて生成される乱数 $t(1 \leqq t \leqq j)$ が以下の表に示す値であったとする．この時，変数 `s[1],s[2],`$\cdots$`,s[20]` の値がどう変化していくか，求めなさい．

j	t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	9			1						1											
13	12			1						1			1								
14	1	1		1						1			1								
15	11	1		1						1		1	1								
16	9	1		1						1		1	1				1				
17	3	1		1						1		1	1				1	1			
18	8	1		1					1	1		1	1				1	1			
19	19	1		1					1	1		1	1				1	1		1	
20	3	1		1					1	1		1	1				1	1		1	1

解答の仕方：空欄に 1 を記述するか黒く塗りつぶすことで解答すればよい．値が 0 の場合は空欄のままでよい．上の表において，最上段には `s[1] s[2] s[3]`$\cdots$`s[20]` と記述されるべきところ，スペースの都合上，`1 2 3`$\cdots$`20` と略して記述されていることに注意されたい．

2. 得られた 10 個の乱数を小さい順に記述しなさい．

 1 　3 　8 　9 　11 　12 　16 　17 　19 　20

3. このアルゴリズムにより得られる 10 個の乱数の中に 20 が含まれる確率を求めなさい．

【解説】 数字の 20 は，$j = 20$ でしか選ばれない．$j = 20$ では，1 から 20 の数がどれも等確率で選ばれる．ここで 20 が選ばれる確率は 1/20．一方，$j = 19$ までで既に選ばれている数（9 個ある）が，$j = 20$ で再び選ばれた場合，20 が選ばれることになる．ここで，既に選ばれている数が再び選ばれる確率は 9/20 である．したがって数 20 が $j = 20$ で選ばれる確率は $1/20 + 9/20 = 1/2$ である．

4. このアルゴリズムにより得られる 10 個の乱数の中に 19 が含まれる確率を求めなさい．

【解説】 $j = 19$ で選ばれる場合と，$j = 20$ で選ばれる 2 つの場合を分けて考えればよい．場合 1（$j = 19$）：$j = 1, \cdots 18$ では 19 は選ばれない．$j = 19$ 開始時点において，1 から 18 の数のうち，既に 8 個の乱数が選ばれている．次に 1 から 19 の数がどれも等確率で選ばれる．ここで 19 が選ばれる確率は 1/19．一方，既に選ばれている数が，$j = 19$ で再び選ばれる確率は 8/19 であり，このときも 19 が選ばれる．したがって，$j = 19$ のときに数 19 が選ばれる確率は $1/19 + 8/19 = 9/19$ である．

場合 2（$j = 20$）：$j = 20$ 開始時点で，19 が選ばれていない確率は $1 - 9/19 = 10/19$ である．次に 1 から 20 の数がどれも等確率で選ばれる．ここで 19 が選ばれる確率は 1/20 である．これ以外では，数 19 は選ばれない．したがって $j = 20$ において数 19 が選ばれる確率は $10/19 \times 1/20 = 1/38$

したがって数 19 が選ばれる確率は $9/19 + 1/38 = 19/38 = 1/2$