

# パターン認識

<http://www.cs.miyazaki-u.ac.jp/~date/lectures/pattern/>

伊達 章

宮崎大学 工学部 情報システム工学科

2019年11月23日

# 講義のスケジュール (案)


1. 講義の概要
2. 準備：確率・統計の基礎
3. 準備：python の使い方
4. 教師あり学習. 識別関数
5. 最大事後確率則, 最小誤識別則, ベイズ決定則
6. 最尤推定法 1：ガウスモデル
7. 最尤推定法 2：線形判別分析
8. 線形判別分析により手書き文字認識 1
9. 線形判別分析により手書き文字認識 2
10. 混合ガウスモデルの最尤推定 1
11. 混合ガウスモデルの最尤推定 2
12. ノンパラメトリックな手法 (1)：カーネル密度推定法
13. ノンパラメトリックな手法 (2)： $k$ -最近傍則
14. ノンパラメトリックな手法 (3)：パーセプトロン
15. 定期試験, 解説

教師あり学習

# パターン認識の問題

識別関数  $f(\mathbf{x})$  を作ること

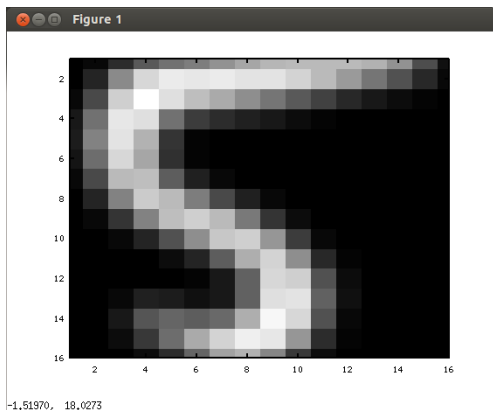
$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{256}) \rightarrow y = f(\mathbf{x})$$

	$\mathbf{x}$	$y$
0	00...00000000	$f(\mathbf{x}_0)$
1	00...00000001	$f(\mathbf{x}_1)$
2	00...00000010	$f(\mathbf{x}_2)$
3	00...00000011	$f(\mathbf{x}_3)$
	⋮	
$k$	00...11101011 	$f(\mathbf{x}_k) = 5$
	⋮	
100...0	11...1111111	$f(\mathbf{x}_{10000...0})$

# パターン認識

## 教室付き学習

'5' →  
生成



→  $y$ : '5'  
認識

訓練標本 (例題) :  $(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)$

# 主成分分析

# 主成分分析

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})^T, \quad \boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i$$

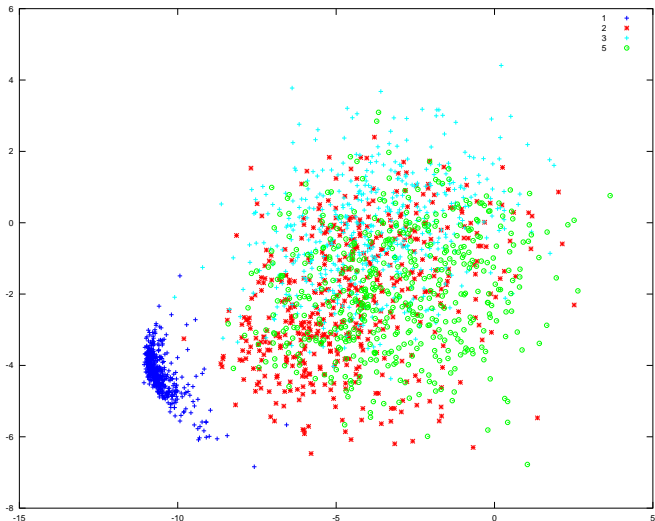
$$V\mathbf{e}_j = \lambda_j \mathbf{e}_j, \quad \|\mathbf{e}_j\| = 1, \quad j = 1, 2, \dots, 256$$

- $V$  はデータの分散共分散行列. 対称, 正定値
- $n \cdots$  例題の数.
- $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > 0$
- $\mathbf{e}_1 \cdots$  第1主成分,  $\mathbf{e}_2 \cdots$  第2主成分.
- $(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{x}_i, \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{x}_i), i = 1, \dots, n$  (図 3.2)

$$\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^{10} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{x}) \mathbf{e}_i$$

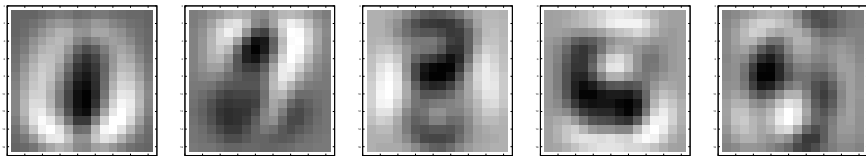
# 手書き文字データの分布 (主成分分析)

$(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{x}_i, \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{x}_i), i = 1, \dots, 500(\times 4)$  (図 3.2)

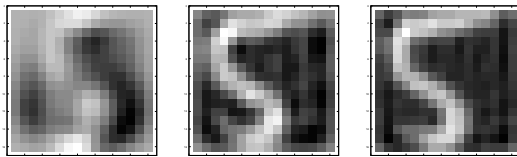
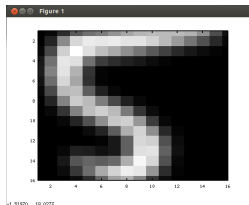


# 手書き文字データの主成分

$e_1 \sim e_5$



$$\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^{10,50,100} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{x}) \mathbf{e}_i$$

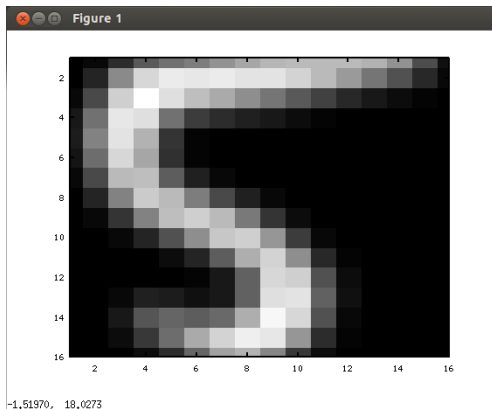


# 識別関数の良さを測る基準

- 訓練標本を用いた識別関数の学習
- **最大事後確率則** :  $\hat{y} = \operatorname{argmax}_y p(y|\mathbf{x})$
- 最小誤識別率則
- ベイズ決定則 : 条件付きリスク最小則  
 $\hat{y} = \operatorname{argmin}_y R(y|\mathbf{x})$
- 生成モデルに基づくパターン認識

# 確率的生成モデルに基づくパターン認識

'5' →  
生成



→  $y$ : '5'  
認識

$y \sim p(y) \rightarrow$  データ  $\mathbf{x} \sim p(\mathbf{x}|y) \rightarrow$  認識  $\hat{y} = \underset{y}{\operatorname{argmax}} p(y|\mathbf{x})$

モデル化:  $p(y)$  と  $p(\mathbf{x}|y)$  を設計する!

終